

Derivabilidad

ESTUDIO DE LA DERIVABILIDAD

1. Estudia la derivabilidad de las siguientes funciones:

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{si } x \leq 3 \\ 3x - 9 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\text{b. } f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{d. } f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 3 \\ -x^2 + 3x + 2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Sol. a) Continua y derivable en todo su dominio $f'(3^-) = f'(3^+)$;

b) La función es continua en todo su dominio, pero no es derivable $f'(0^-) \neq f'(0^+)$;

c) La función es continua en todo su dominio, pero no derivable, las derivadas laterales no existen $f'(0^-) = +\infty, f'(0^+) = +\infty$; d) La función es continua en $x = 0$ pero no derivable $f'(0^-) \neq f'(0^+)$. La función es discontinua de salto finito en $x = 3$ y por tanto no derivable;

CÁLCULO DEL PARÁMETRO

1. Calcula m y n para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol. } m = 2, n = -1$$

2. Calcula a y b para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Sol. } a = 2, b = -7$$

3. Calcula a y b para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol. } a = -1, b = 0$$