

Límites en un punto

LÍMITES DE UNA FUNCIÓN A TROZOS

1. Halla los siguientes límites de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Sol. a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$; b) $\nexists \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$

2. Halla los siguientes límites de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Sol. a) 5; b) 4; c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

3. Halla los siguientes límites de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < -1 \\ 3x - 1 & \text{si } -1 \leq x < 4 \\ 4\sqrt{x} + 3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

b. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

c. $\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$

Sol. a) $\nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -4$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 11$; c) 15

4. Halla los siguientes límites de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 5x + 3 & \text{si } x \neq -2 \\ 7 & \text{si } x = -2 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

c. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Sol. a) 3; b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$; c) 15

LÍMITES EN FUNCIONES RACIONALES $\frac{P(x)}{Q(x)}$

1. Calcula los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 8x + 15}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 5x^2}{x^2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$

d. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4}$

e. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 2x^2 + x}$

f. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2}$

h. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1}$

i. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

j. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+1}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}$

Sol. a) 3; b) -5; c) e; d) $-\frac{1}{4}$; e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$; f) 1; g) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$;

h) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$; i) $\frac{1}{4}$; j) 1