

DE TODO UN POCO...TEMA 1

1. Expresa en forma de intervalo o semirrecta y representa los conjuntos correspondientes:

a) $A = \{x / -1 \leq x \leq 3\}$

b) $B = \{x / x > 5\}$

Expresa en forma algebraica y representa los conjuntos correspondientes:

c) $C = [0,4)$

d) $D = (-\infty, 2]$

2. Calcula:

a) $A \cap C$

b) $A \cup C$

c) $A \cap D$

d) $A \cup D$

3. Efectúa y simplifica:

a) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt[4]{10}}$

b) $\sqrt[3]{3x^2y^5} \cdot \sqrt[3]{27x^4z}$

c) $\frac{\sqrt[6]{a^2b^{10}}}{\sqrt[3]{a^8b}}$

d) $\left(\sqrt[4]{5a^3}\right)^2 \cdot \sqrt[4]{5^2}$

4. Opera:

$$\sqrt{75} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{18} - \sqrt[4]{9} + \sqrt{2}$$

5. Racionaliza:

a) $\frac{12}{\sqrt{8}}$

b) $\frac{9}{\sqrt[3]{3}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}$

6. Calcula:

a) $\log 0'001$

b) $\log_3 \sqrt[5]{27}$

c) $\log_2 \frac{1}{16}$

d) $\log_{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{125}{8}}$

7. Agrupa:

a) $3\log x + 1 + \log y$

b) $\log x - \frac{1}{2} \log y - \frac{1}{2} \log z$

8. Desarrolla:

a) $\log \frac{x^3y}{z^4}$

b) $\log 10y \sqrt[5]{z^3}$

9. Encuentra el valor de x:

a) $\log 10x^3 = 7$

b) $\log_x 16 = -2$

DE TODO UN POCO...TEMA 1 SOLUCIÓN

1. Expresa en forma de intervalo o semirrecta y representa los conjuntos correspondientes:

Expresa en forma algebraica y representa los conjuntos correspondientes:

a) $\{x / -1 \leq x \leq 3\}$

b) $\{x / x > 5\}$

c) $[0, 4)$

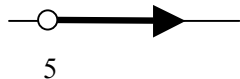
d) $(-\infty, 2]$

a) $[-1, 3]$

b) $(5, +\infty)$

c) $\{x / 0 < x \leq 4\}$

d) $\{x / x \leq 2\}$



2. Calcula:

a) $A \cap C = (0, 3]$

b) $A \cup C = [-1, 4]$

c) $A \cap D = [-1, 2]$

d) $A \cup D = (-\infty, 3]$

3. Efectúa y simplifica:

a) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt[4]{10}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 5}}{\sqrt[4]{2 \cdot 5}} = \frac{\sqrt[4]{2^4 \cdot 5^2}}{\sqrt[4]{2 \cdot 5}} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 5}$

b) $\sqrt[3]{3x^2y^5} \cdot \sqrt[3]{27x^4z} = \sqrt[3]{3x^2y^5} \cdot \sqrt[3]{3^3x^4z} = \sqrt[3]{3^4x^6y^5z} = 3x^2y\sqrt[3]{3y^2z}$

c) $\frac{\sqrt[6]{a^2b^{10}}}{\sqrt[3]{a^8b}} = \frac{\sqrt[6]{a^2b^{10}}}{\sqrt[6]{a^8b}} = \sqrt[6]{\frac{b^9}{a^6}} = \sqrt{\frac{b^3}{a^2}} = \frac{b\sqrt{b}}{a}$

d) $(\sqrt[4]{5a^3})^2 \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{5^2a^6} \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{5^4a^6} = \sqrt{5^2a^3} = 5a\sqrt{a}$

4. Opera:

$$\sqrt{75} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{18} - \sqrt[4]{9} + \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 5^2} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt[4]{3^2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5 \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 16\sqrt{2}$$

5. Racionaliza:

a) $\frac{12}{\sqrt{8}} = \frac{12\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{12\sqrt{8}}{\sqrt{8^2}} = \frac{12\sqrt{8}}{8} = \frac{3\sqrt{8}}{2}$

b) $\frac{9}{\sqrt[3]{3}} = \frac{9\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3^2}} = \frac{9\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{9\sqrt[3]{3^2}}{3} = 3\sqrt[3]{3^2}$

c) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{(\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7})} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{\sqrt{5^2} - \sqrt{7^2}} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{5 - 7} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{7})}{-2} = -(\sqrt{5} + \sqrt{7})$

6. Calcula:

a) $\log 0'001 = \log \frac{1}{1000} = \log \frac{1}{10^3} = \log 10^{-3} = -3$

b) $\log_3 \sqrt[5]{27} = \log_3 \sqrt[5]{3^3} = \log_3 3^{\frac{3}{5}} = \frac{3}{5}$

$$\text{c) } \log_2 \frac{1}{16} = \log_2 \frac{1}{2^4} = \log_2 2^{-4} = -4$$

$$\text{d) } \log_{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{125}{8}} = \log_{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{5^3}{2^3}} = \log_{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \log_{\frac{2}{5}} \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$$

7. Agrupa:

$$\text{a) } 3 \log x + 1 + \log y = 3 \log x + \log 10 + \log y = \log x^3 + \log 10 + \log y = \log 10x^3y$$

$$\text{b) } \log x - \frac{1}{2} \log y - \frac{1}{2} \log z = \log x - \log y^{\frac{1}{2}} - \log z^{\frac{1}{2}} = \log x - \log \sqrt{y} - \log \sqrt{z} = \log \frac{x}{\sqrt{y}} - \log \sqrt{z} = \log \frac{x}{\sqrt{y}\sqrt{z}}$$

8. Desarrolla:

$$\text{a) } \log \frac{x^3y}{z^4} = \log x^3y - \log z^4 = \log x^3 + \log y - \log z^4 = 3 \log x + \log y - 4 \log z$$

$$\text{b) } \log 10y\sqrt[5]{z^3} = \log 10 + \log y + \log \sqrt[5]{z^3} = 1 + \log y + \log z^{\frac{3}{5}} = 1 + \log y + \frac{3}{5} \log z$$

9. Encuentra el valor de x

$$\text{a) } \log 10x^3 = 7 \rightarrow 10^7 = 10x^3 \rightarrow 10^6 = x^3 \rightarrow x = \sqrt[3]{10^6} = 10^2$$

$$\text{b) } \log_x 16 = -2 \rightarrow x^{-2} = 16 \rightarrow \frac{1}{x^2} = 16 \rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

DE TODO UN POCO...TEMA 2

1. Realiza estas operaciones (tema 1):

a) $\sqrt{75} - 2\sqrt[4]{9} + 5\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{50}}{3} + 2\sqrt[4]{25} - \sqrt{20} + \sqrt{8}$

c) $\frac{\sqrt[6]{a^4 b^5} \cdot \left(\sqrt[6]{a^3}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{a^8 b^7}}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{3x^4}}{\left(\sqrt[4]{27x^2}\right)^3}$

2. Resuelve estas ecuaciones factorizando previamente:

a) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

b) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = 0$

3. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{\frac{3x-15}{x^2-25}}{\frac{x^4+x^3-2x^2}{x^3+4x^2+4x}}$

b) $\frac{2x^2-12x+18}{2x^3-18x}$

c)

d) $\frac{\frac{2x^4-18x^2}{x^3+6x^2+9x}}{\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}}$

e) $\frac{x^2-2x+1}{x^3-1}$

f)

4. Opera y simplifica:

a) $\frac{2x}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^3} : \frac{x^2-2x-3}{x^4}$

c) $\frac{x}{x+1} : \frac{x^2}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^4}{x^2-1}$

b) $\frac{2x}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} - \frac{3}{x^2-4}$

d) $\frac{x+4}{x+3} - \frac{2}{x-4} + \frac{x-3}{5}$

5. Resuelve estas ecuaciones por el método adecuado:

a) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

d) $x^4 + 4x^2 - 21 = 0$

b) $\sqrt{4x} + \sqrt{7-3x} = 4$

e) $\sqrt{x+6} - 2\sqrt{x-1} = -2$

c) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

f) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-2} = 1$

6. Resuelve estas ecuaciones exponenciales:

a) $7^{5x-4} = \sqrt{343}$

d) $5^{4-x} = \frac{1}{25}$

b) $3^x + 3^{x+2} = 30$

e) $2^x + 2^{x-2} = 10$

c) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

f) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

7. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas:

a) $2 \log x - \log 10 = 3$

c) $5 \log x + \log 2 = \log 64$

b) $\log x + \log (x+1) = \log 24 - \log 2$

d) $\log x - \log (x-1) = \log 2$

① Realize:

$$a) \sqrt{75} - 2\sqrt[4]{9} + 5\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3 \cdot 5^2} - 2\sqrt[4]{3^2} + 5\sqrt{2 \cdot 3^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5 \cdot 3\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{3} + \frac{31}{2}\sqrt{2}$$

$$b) \frac{\sqrt{50}}{3} + 2\sqrt[4]{25} - \sqrt{20} + \sqrt{8} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5^2}}{3} + 2\sqrt[4]{5^2} - \sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{2^3} =$$

$$= \frac{5}{3}\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} = \frac{11}{3}\sqrt{2}$$

$$c) \frac{\sqrt[6]{a^4 b^5} \cdot (\sqrt[6]{a^3})^2}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^8 b^7}}} = \frac{\sqrt[6]{a^4 b^5} \cdot \sqrt[6]{a^6}}{\sqrt[6]{a^8 b^7}} = \frac{\sqrt[6]{a^{10} b^5}}{\sqrt[6]{a^8 b^7}} = \sqrt[6]{a^2 b^{-2}} = \sqrt[3]{a b^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

$$d) \frac{\sqrt[4]{3x^4}}{(\sqrt[4]{27x^2})^3} = \frac{\sqrt[8]{3x^4}}{(\sqrt[4]{3^3 x^2})^3} = \frac{\sqrt[8]{3x^4}}{\sqrt[4]{3^9 x^6}} = \frac{\sqrt[8]{3x^4}}{\sqrt[8]{3^{18} x^{12}}} = \sqrt[8]{3^{-17} x^{-8}} = \sqrt[8]{\frac{1}{3^{17} x^8}} =$$

$$= \frac{1}{3^2 x} \sqrt[8]{\frac{1}{3}}$$

② Resuelve:

a) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ Posibles raíces $\{ \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 6 \pm 12 \}$

	1	2	-7	-8	12
1		1	3	-4	-12
	1	3	-4	-12	0

$\rightarrow x=1$ raíz

	1	2	10	12
2		2	10	12
	1	5	6	0

$\rightarrow x=2$ raíz

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ raíz} \\ x = -3 \text{ raíz} \end{cases}$$

soluciones	
$x=1$	$x=2$
$x=-2$	$x=-3$

b) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = 0$

$x(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0 \rightarrow x=0$ raíz

Posibles raíces $\{ \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 6 \}$

	1	2	-5	-6
-1		-1	-1	6
	1	1	-6	0

$\rightarrow x=-1$ raíz

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ raíz} \\ x = -3 \text{ raíz} \end{cases}$$

soluciones	
$x=0$	$x=-1$
$x=2$	$x=-3$

3) Simplifica

$$a) \frac{3x-15}{x^2-25} \stackrel{FC}{=} \frac{3(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{3}{x+5}$$

$$b) \frac{x^4+x^3-2x^2}{x^3+4x^2+4x} \stackrel{FC}{=} \frac{x^2(x^2+x-2)}{x(x^2+4x+4)} \stackrel{EC^o}{=} \frac{x^2(x+2)(x-1)}{x(x+2)^2} = \frac{x(x-1)}{x+2}$$

$$c) \frac{2x^2-12x+18}{2x^3-18x} \stackrel{FC}{=} \frac{2(x^2-6x+9)}{2x(x^2-9)} \stackrel{IN}{=} \frac{(x-3)^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x-3}{x(x+3)}$$

$$d) \frac{2x^4-18x^2}{x^3+6x^2+9x} \stackrel{FC}{=} \frac{2x^2(x^2-9)}{x(x^2+6x+9)} \stackrel{IN}{=} \frac{2x^2(x+3)(x-3)}{x(x+3)^2} = \frac{2x(x-3)}{x+3}$$

$$e) \frac{x^2+x-6}{x^3-3x+2} \stackrel{EC^o}{=} \frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+3}{x-1}$$

$$f) \frac{x^2-2x+1}{x^3-1} \stackrel{IN}{=} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{x^2+x+1} \rightarrow \text{No factorizable porque ec. 2º grado sin solución}$$

4) Opera y simplifica:

$$a) \frac{2x}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^3} \div \frac{x^2-2x-3}{x^4} = \frac{2x(x^2-9)}{(x+3)x^3} \div \frac{x^2-2x-3}{x^4} = \frac{2x(x^2-9)x^4}{(x+3)x^3(x^2-2x-3)} \stackrel{EC^o}{=} \frac{2x^2(x+3)(x-3)}{(x+3)(x+1)(x-3)} = \frac{2x^2}{x+1}$$

$$b) \frac{2x}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} - \frac{3}{x^2-4} = \frac{2x(x-2)}{x^2-4} + \frac{(x+2)(x-1)}{x^2-4} - \frac{3}{x^2-4} = \frac{2x^2-4x+x^2-x+2x-2-3}{x^2-4} = \frac{3x^2-3x-5}{x^2-4}$$

$$c) \frac{x}{x+1} \div \frac{x^2}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^4}{x^2-1} = \frac{x(x^2+2x+1)}{x^2(x+1)} \cdot \frac{x^4}{x^2-1} = \frac{x^3(x^2+2x+1)}{x^2(x+1)(x^2-1)} \stackrel{IN}{=} \frac{x^3(x+1)^2}{(x+1)(x+1)(x-1)} = \frac{x^3}{x-1}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad \frac{x+4}{x+3} - \frac{2}{x-4} + \frac{x-3}{5} &= \frac{5(x+4)(x-4) - 10(x+3) + (x-3)(x+3)(x-4)}{5(x+3)(x-4)} \\
 &= \frac{5(x^2-16) - 10(x+3) + (x^2-9)(x-4)}{5(x+3)(x-4)} = \frac{5x^2-80-10x-30+x^3-4x^2-9x+36}{5(x^2-4x+3x-12)} \\
 &= \frac{x^3+x^2-19x-74}{5(x^2-x-12)}
 \end{aligned}$$

⑤ Resuelve:

a) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$ $x^2 = t, x^4 = t^2$
 $t^2 - 9t + 8 = 0 \rightarrow t=1 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$
 $\rightarrow t=8 \rightarrow x^2=8 \rightarrow x=\pm\sqrt{8}$

soluciones	
$x=1$	$x=-1$
$x=\sqrt{8}$	$x=-\sqrt{8}$

b) $\sqrt{4x} + \sqrt{7-3x} = 4$
 $(\sqrt{7-3x})^2 = (4-\sqrt{4x})^2$
 $7-3x = 16 - 8\sqrt{4x} + (\sqrt{4x})^2$
 $7-3x-16-4x = -8\sqrt{4x}$
 $(-9-7x)^2 = (8\sqrt{4x})^2$
 $81 + 126x + 49x^2 = 64 \cdot 4x$
 $49x^2 - 130x + 81 = 0 \rightarrow x = \frac{81}{49}$
 $\rightarrow x=1$

Comprobación

$x = \frac{81}{49}$	SOLUCIÓN CORRECTA
---------------------	-------------------

$$\begin{aligned}
 \sqrt{4 \cdot \frac{81}{49}} + \sqrt{7 - 3 \cdot \frac{81}{49}} &\stackrel{?}{=} 4 \\
 \frac{18}{7} + \frac{10}{7} &\stackrel{?}{=} 4 \\
 \frac{28}{7} &= 4
 \end{aligned}$$

$x=1$	SOLUCIÓN CORRECTA
-------	-------------------

$$\begin{aligned}
 \sqrt{4 \cdot 1} + \sqrt{7 - 3 \cdot 1} &\stackrel{?}{=} 4 \\
 2 + 2 &= 4
 \end{aligned}$$

$$c) \frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = \frac{1}{1} \text{ mcm } (x+6)(x-6)$$

$$\frac{8(x-6)}{(x+6)(x-6)} + \frac{(12-x)(x-6)}{(x+6)(x-6)} = \frac{(x+6)(x-6)}{(x+6)(x-6)}$$

$$8x - 48 + 12x + 72 - x^2 + 6x = x^2 - 36$$

$$-2x^2 + 14x + 60 = 0$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-3 \end{cases} \begin{array}{l} \text{SOLUCIONES CORRECTAS} \\ \text{porque no anulan los} \\ \text{denominadores} \end{array}$$

$$d) x^4 + 4x^2 - 21 = 0 \quad x^2 = t \quad x^4 = t^2$$

$$t^2 + 4t - 21 = 0 \rightarrow t = 3 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$\rightarrow t = -7 \rightarrow x^2 = -7 \rightarrow x = \sqrt{-7} = \text{no existe}$$

soluciones
$x = \sqrt{3}$
$x = -\sqrt{3}$

$$e) \sqrt{x+6} - 2\sqrt{x-1} = -2$$

$$(\sqrt{x+6} + 2)^2 = (2\sqrt{x-1})^2$$

$$(\sqrt{x+6})^2 + 4\sqrt{x+6} + 4 = 4(\sqrt{x-1})^2$$

$$x+6 + 4\sqrt{x+6} + 4 = 4(x-1)$$

$$4\sqrt{x+6} = 4x - 4 - x - 6 - 4$$

$$(4\sqrt{x+6})^2 = (3x-14)^2$$

$$16(\sqrt{x+6})^2 = 9x^2 - 84x + 196$$

$$16(x+6) = 9x^2 - 84x + 196$$

$$0 = 9x^2 - 100x + 100 \rightarrow x = 10$$

$$\rightarrow x = \frac{10}{9}$$

Comprobación

$x=10$	SOLUCIÓN CORRECTA
--------	-------------------

$$\sqrt{10+6} - 2\sqrt{10-1} \stackrel{?}{=} -2$$

$$4 - 2 \cdot 3 \stackrel{?}{=} -2$$

$$-2 = -2$$

$x = \frac{10}{9}$	SOLUCIÓN FALSA
--------------------	----------------

$$\sqrt{\frac{10}{9}+6} - 2\sqrt{\frac{10}{9}-1} \stackrel{?}{=} -2$$

$$\frac{8}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} \stackrel{?}{=} -2$$

$$2 \neq -2$$

$$d) \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-2} = 1 \quad \text{mcm } (x+1)(x-2)$$

$$\frac{x(x-2)}{(x+1)(x-2)} + \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)}$$

$$x^2 - 2x + x^2 - x = x^2 - 2x + x - 2$$

$$x^2 + 2 = 0 \rightarrow x = \sqrt{-2} = \nexists \rightarrow \boxed{\text{No tiene solución}}$$

⑥ Resuelve:

$$a) 7^{5x-4} = \sqrt{343} = 7^{3/2} \Rightarrow 5x-4 = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{11}{10}} \quad \text{solución}$$

$$b) 3^x + 3^{x+2} = 30$$

$$3^x + 3^x \cdot 3^2 = 30 \quad \boxed{3^x = t}$$

$$t + 9t = 30 \rightarrow t = 3 \rightarrow 3^x = 3 \rightarrow \boxed{x = 1} \quad \text{solución}$$

$$c) 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \quad \boxed{2^x = t}$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow 2^x = 1 = 2^0 \rightarrow \boxed{x = 0} \\ t = 4 \rightarrow 2^x = 4 = 2^2 \rightarrow \boxed{x = 2} \end{cases} \quad \text{soluciones}$$

$$d) 5^{4-x} = \frac{1}{25} = 5^{-2} \rightarrow 4-x = -2 \rightarrow \boxed{x = 6} \quad \text{solución}$$

$$e) 2^x + 2^{x-2} = 10$$

$$2^x + \frac{2^x}{2^2} = 10 \quad \boxed{2^x = t}$$

$$t + \frac{t}{4} = 10 \rightarrow t = 8 \rightarrow 2^x = 8 = 2^3 \rightarrow \boxed{x = 3} \quad \text{solución}$$

$$f) 9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$$

$$(3^2)^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0 \quad \boxed{3^x = t}$$

$$t^2 - 8t - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 9 \rightarrow 3^x = 9 = 3^2 \rightarrow \boxed{x = 2} \\ t = -1 \rightarrow 3^x = -1 \rightarrow \nexists \end{cases} \quad \text{solución}$$

⑦ Resuelve:

a) $2 \log x - \log 10 = 3$

$$\log \frac{x^2}{10} = \log 1000$$

$$\frac{x^2}{10} = 1000 \rightarrow x^2 = 10.000$$

$$x = \sqrt{10.000} = \pm 100$$

$\boxed{x=100}$ SOLUCIÓN CORRECTA porque no aparecen logaritmos imposibles

$\boxed{x=-100}$ SOLUCIÓN FALSA porque aparece $\log(-100) = \cancel{\text{no}}$

b) $\log x + \log(x+1) = \log 24 - \log 2$

$$\log x(x+1) = \log \frac{24}{2}$$

$$x^2 + x = 12 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-4 \end{cases}$$

$\boxed{x=3}$ SOLUCIÓN CORRECTA porque no aparecen logaritmos imposibles

$\boxed{x=-4}$ SOLUCIÓN FALSA porque aparecen $\log(-3) = \cancel{\text{no}}$, $\log(-4) = \cancel{\text{no}}$

c) $5 \log x + \log 2 = \log 64$

$$\log 2x^5 = \log 64$$

$$2x^5 = 64 \rightarrow x^5 = 32 \rightarrow x = \sqrt[5]{32} \rightarrow \boxed{x=2}$$

SOLUCIÓN CORRECTA porque no aparecen logaritmos imposibles

d) $\log x - \log(x-1) = \log 2$

$$\log \frac{x}{x-1} = \log 2$$

$$\frac{x}{x-1} = 2$$

$$x = 2(x-1)$$

$\boxed{x=2}$ SOLUCIÓN CORRECTA

porque no aparecen logaritmos imposibles

DE TODO UN POCO...TEMA 3

1. Racionaliza (tema 1):

a) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

b) $\frac{10}{\sqrt[4]{5}}$

c) $\frac{6}{\sqrt{5}-3}$

2. Calcula los siguientes logaritmos (tema 1):

a) $\log_2 \frac{1}{8}$

b) $\log_5 \sqrt[3]{25}$

c) $\log 0'001$

d) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$

3. Resuelve estas ecuaciones por el método adecuado (tema 2):

a) $\sqrt{x} - 1 = \sqrt{x-3}$

d) $\sqrt{x-3} = 3 + \sqrt{x}$

b) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

e) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+2} = 1$

c) $2\log(x-1) - \log 2 = \log(5-x)$

f) $\log_2(x^2 - 6x) = 3 + \log_2(1-x)$

4. Simplifica(tema 2):

a) $\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4}$

b) $\frac{6x^2-24x+18}{2x^2+4x+2}$

c) $\frac{x^3-7x^2+15x-9}{x^2-1}$

d) $\frac{x^4-6x^3+12x^2-8x}{x^3-4x}$

5. Resuelve estos sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+\sqrt{y}=3 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1 \end{cases}$

6. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de Gauss y clasifícalos:

a) $\begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+y-2z=6 \\ 3x+2y+z=14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y+2z=-1 \\ x+2y-5z=1 \\ 3x+y-3z=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ 3x+y-3z=6 \\ 4x+3y-2z=4 \end{cases}$

7. Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

8. Una empresa de repostería tiene 10 vehículos entre motocicletas (2 ruedas), turismos (4 ruedas) y pequeños camiones de reparto (6 ruedas). El impuesto municipal, por vehículo es de 10 €, 50 € y 80 €, respectivamente. Sabiendo que ha pagado un total de 390 € por este concepto y que el total de ruedas de sus vehículos es de 36, ¿cuántos vehículos tiene de cada tipo?

9. Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6% de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

10. Un autobús transporta 90 viajeros con 3 tarifas diferentes: Los que pagan el billete completo: 0,70 euros, los estudiantes, con descuento del 50% y los jubilados, con descuento del 80%. Sabemos que el nº de estudiantes es 10 veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46,76 euros. Determine el nº de viajeros de cada tarifa.

11. Resuelve estos sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+4) < 6x+2 \\ 5x - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3(x+4) \leq \frac{3x+3}{2} \\ x^2 > 18 - 3x \end{cases}$$

12. Resuelve estas inecuaciones racionales:

$$\text{a) } \frac{x+5}{2-x} \leq 0$$

$$\text{b) } \frac{x^2-9}{3-2x} \leq 0$$

13. Resuelve estos sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y < 3 \\ x - 2y \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y < 5 \\ x - y < 1 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

TEMA 3... SOLUCIÓN

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{b) } \frac{10}{\sqrt[4]{5}} = \frac{10\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5}\sqrt[4]{5^3}} = \frac{10\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{10\sqrt[4]{5^3}}{5} = 2\sqrt[4]{5^3}$$

$$\text{c) } \frac{6}{\sqrt{5}-3} = \frac{6(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)} = \frac{6(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5})^2-3^2} = \frac{6(\sqrt{5}+3)}{5-9} = \frac{3(\sqrt{5}+3)}{-2}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 \frac{1}{2^3} = \log_2 2^{-3} = -3$$

$$\text{b) } \log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 \sqrt[3]{5^2} = \log_5 5^{2/3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{c) } \log 0.001 = \log \frac{1}{1000} = \log \frac{1}{10^3} = \log 10^{-3} = -3$$

$$\text{d) } \log_3 \frac{1}{\sqrt[5]{3}} = \log_3 \frac{1}{3^{1/5}} = \log_3 3^{-1/5} = -\frac{1}{5}$$

$$\textcircled{3} \text{ a) } \sqrt{x}-1 = \sqrt{x-3}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{x-3}+1)^2$$

$$x = (\sqrt{x-3})^2 + 2\sqrt{x-3} \cdot 1 + 1^2$$

$$x = x-3 + 2\sqrt{x-3} + 1$$

$$\cancel{x} - \cancel{x} + 3 - 1 = 2\sqrt{x-3}$$

$$2 = 2\sqrt{x-3}$$

$$1^2 = (\sqrt{x-3})^2$$

$$1 = x-3$$

$$x = 4$$

$$\text{Comprobación: } \sqrt{4}-1 \stackrel{?}{=} \sqrt{4-3}$$

$$1 = 1$$

CORRECTA

$$\text{b) } (\sqrt{x-3})^2 = (3+\sqrt{x})^2$$

$$x-3 = 3^2 + 2 \cdot 3\sqrt{x} + (\sqrt{x})^2$$

$$x-3 = 9 + 6\sqrt{x} + x$$

$$\cancel{x} - 3 - \cancel{x} - 9 = 6\sqrt{x}$$

$$-12 = 6\sqrt{x}$$

$$(-2)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$4 = x$$

$$\text{Comprobación: } \sqrt{4-3} \stackrel{?}{=} 3 + \sqrt{4}$$

$$1 \neq 5$$

FALSA

$$b) \frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$$

$$\text{mcm}(x+6)(x-6)$$

$$\frac{8(x-6)}{(x+6)(x-6)} + \frac{(12-x)(x+6)}{(x+6)(x-6)} = \frac{(x+6)(x-6)}{(x+6)(x-6)}$$

$$8x - 48 + 12x + 72 - x^2 - 6x = x^2 - 36$$

$$-x^2 + 14x + 24 - x^2 + 36 = 0$$

$$-2x^2 + 14x + 60 = 0$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0 \rightarrow \boxed{x=10} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{CORRECTAS} \text{ porque no anulan} \\ \text{denominadores} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \boxed{x=-3}$$

$$e) \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+2} = 1$$

$$\text{mcm}(x+1)(x+2)$$

$$\frac{x(x+2)}{(x+1)(x+2)} + \frac{x(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+2)}$$

$$x^2 + 2x + x^2 + x = x^2 + 2x + x + 2$$

$$x^2 = 2$$

$$\boxed{x = \pm \sqrt{2}} \text{ CORRECTAS porque no anulan denominadores}$$

$$c) 2 \log(x-1) - \log 2 = \log(5-x)$$

$$\log(x-1)^2 - \log 2 = \log(5-x)$$

$$\log \left[\frac{(x-1)^2}{2} \right] = \log(5-x)$$

$$\frac{(x-1)^2}{2} = 5-x$$

$$(x-1)^2 = 2(5-x)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 10 - 2x$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = \pm 3$$

$$\boxed{x=3} \text{ No aparecen logaritmos}$$

CORRECTA

$$\boxed{x=-3} \text{ Aparece } \log(-4) = \text{imposible}$$

FALSA

$$f) \log_2(x^2-6x) = 3 + \log_2(1-x)$$

$$\log_2(x^2-6x) = \log_2 8 + \log_2(1-x)$$

$$\log_2(x^2-6x) = \log_2 8(1-x)$$

$$x^2 - 6x = 8(1-x)$$

$$x^2 - 6x = 8 - 8x$$

$$x^2 - 6x - 8 + 8x = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x=2$$

$$\rightarrow x=-4$$

$$\boxed{x=2}$$

FALSA

$$\text{Aparece } \log_2(-3) = \text{imposible}$$

$$\log_2(-1) = \text{imposible}$$

$$\boxed{x=-4}$$

CORRECTA

$$\text{No aparecen logaritmos}$$

imposibles

$$(4) a) \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 4} \stackrel{FC}{=} \frac{x(x^2 - 4x + 4)}{x^2 - 4} \stackrel{IN}{=} \frac{x(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x(x-2)}{x+2}$$

$$b) \frac{6x^2 - 24x + 18}{2x^2 + 4x + 2} = \frac{6(x^2 - 4x + 3)}{2(x^2 + 2x + 1)} \stackrel{GCD}{=} \frac{6(x+1)(x+3)}{2(x+1)^2} = \frac{3(x+3)}{x+1}$$

$$c) \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^2 - 1} \stackrel{Ruff}{=} \frac{(x-1)(x-3)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-3)^2}{x+1}$$

$x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ Possible factors $\{ \pm 1, \pm 3, \pm 9 \}$

1	1	-7	15	-9
	1	-6	9	0

$\rightarrow x=1$

$x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow x=3$ double

$$d) \frac{x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x}{x^3 - 4x} \stackrel{FC}{=} \frac{x(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)}{x(x^2 - 4)} \stackrel{Ruff}{=} \frac{(x-2)^3}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x-2)^2}{x+2}$$

$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ Possible factors $\{ \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8 \}$

2	1	-6	12	-8
	1	-4	4	0

$\rightarrow x=2$

$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x=2$ double

$x=2$ triple

$$(5) a) \begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=5-y \\ (5-y)^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

$$25 - 10y + y^2 + y^2 = 17$$

SOLUTIONS

$x=1, y=4$
 $x=4, y=1$

$$\begin{cases} 2y^2 - 10y + 8 = 0 \\ y^2 - 5y + 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=4 \rightarrow x=5-4=1 \\ y=1 \rightarrow x=5-1=4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x+\sqrt{y}=3 \\ 2x+y=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+\sqrt{6-2x}=3 \\ \sqrt{6-2x}=3-x \end{cases}$$

$$6-2x=9-6x+x^2$$

$$x^2-4x+3=0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \rightarrow y=6-2\cdot 3=0 \\ x=1 \rightarrow y=6-2\cdot 1=4 \end{cases}$$

SOLUTIONS

$x=3, y=0$
 $x=1, y=4$

$$c) \begin{cases} x+y=6 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=6-y \\ \frac{1}{6-y} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

mcm $y(6-y)$

$$\frac{y}{y(6-y)} + \frac{2(6-y)}{y(6-y)} = \frac{y(6-y)}{y(6-y)}$$

$$y + 12 - 2y = 6y - y^2$$

$$y^2 - 7y + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} y=4 \rightarrow x=6-4=2 \\ y=3 \rightarrow y=6-3=3 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$x=2, y=4$$

$$x=3, y=3$$

⑥

$$a) \begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+y-2z=6 \\ 3x+2y+z=14 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \rightarrow 2e_1 - e_2 \\ e_3 \rightarrow 3e_1 - e_3 \end{cases} \begin{cases} x+y+z=2 \\ -3y+4z=-2 \\ -5y+2z=-8 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \rightarrow 5e_2 - 3e_3 \end{cases}$$

$$x-y+z=2 \rightarrow x-2+1=2 \rightarrow \boxed{x=3}$$

$$-3y+4z=-2 \rightarrow -3y+4 \cdot 1=-2 \rightarrow -3y=-6 \rightarrow \boxed{y=2}$$

$$14z=14 \rightarrow z=\frac{14}{14} \rightarrow \boxed{z=1}$$

sistema compatible determinado

$$b) \begin{cases} 2x-y+2z=-1 \\ x+2y-5z=1 \\ 3x+y-3z=0 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \rightarrow e_1 - 2e_2 \\ e_3 \rightarrow 3e_2 - e_3 \end{cases} \begin{cases} 2x-y+2z=-1 \\ -5y+12z=-3 \\ 5y-12z=3 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \rightarrow e_2 + e_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y+2z=-1 \\ -5y+12z=-3 \\ 0=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5y+12z=-3 \rightarrow y=\frac{-3-12z}{-5} \rightarrow \boxed{y=\frac{3+12\lambda}{5}} \\ 0=0 \rightarrow \boxed{z=\lambda} \end{cases}$$

$$\rightarrow 2x - \frac{3+12\lambda}{5} + 2\lambda = -1 \rightarrow 10x - 3 - 12\lambda + 10\lambda = -1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 10x = -1 + 3 - 12\lambda + 10\lambda \rightarrow \boxed{x = \frac{2-2\lambda}{5}}$$

SOLUCIÓN

$$x = \frac{2-2\lambda}{5}$$

$$y = \frac{3+12\lambda}{5}$$

$$z = \lambda$$



sistema compatible determinado

$$c) \begin{cases} x+2y+z=3 \\ 3x+y-3z=6 \\ 4x+3y-2z=4 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \rightarrow 3e_1 - e_2 \\ e_3 \rightarrow 4e_1 - e_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y+z=3 \\ 5y+6z=3 \\ 5y+6z=8 \end{cases} \begin{cases} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \rightarrow e_2 - e_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y+z=3 \\ 5y+6z=3 \\ 0 \neq -5 \end{cases} \rightarrow \boxed{\text{No tiene solución}} \quad \text{Sistema incompatible}$$

- ⑦ $x = \text{capacidad medida A}$
 $y = \text{capacidad medida B}$
 $z = \text{capacidad medida C}$

Recipiente 24 l, tres medidas lo llenan $\rightarrow x+y+z=24$
 Vol. de A es doble que B $\rightarrow x=2y$
 Las dos primeras lo llenan hasta la mitad $\rightarrow x+y=12$

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ x-2y=0 \\ x+y=12 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss} \rightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=4 \\ z=12 \end{cases}$$

Solución: la medida A es 8l, la B, 4l y, la C, 12l.

- ⑧ $x = n^\circ \text{ motos (2 ruedas, 10€ impuesto)}$
 $y = n^\circ \text{ turismos (4 ruedas, 50€ impuesto)}$
 $z = n^\circ \text{ camiones (6 ruedas, 80€ impuesto)}$

$$\begin{cases} \text{Total 10 vehículos} \rightarrow x+y+z=10 \\ \text{Total 390€ impuestos} \rightarrow 10x+50y+80z=390 \\ \text{Total 36 ruedas} \rightarrow 2x+4y+6z=36 \end{cases} \begin{cases} e_2 \rightarrow e_2 - 10 \\ e_3 \rightarrow e_3 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ x+5y+8z=39 \\ x+2y+3z=18 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss} \rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

Solución: Dispone de 5 motos, 2 turismos y 3 camiones

- (9) x = dinero invertido en empresa A (6% beneficio)
 y = dinero invertido en empresa B (8% beneficio)
 z = dinero invertido en empresa C (10% beneficio)

Total inversión 20.000 € $\longrightarrow x + y + z = 20.000$

Invierte en C el doble que en A $\longrightarrow z = 2x$

Total beneficio 1720 € $\longrightarrow 0.06x + 0.08y + 0.10z = 1720$

$$\begin{cases} x + y + z = 20.000 \\ 2x - z = 0 \\ 6x + 8y + 10z = 172000 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss} \rightarrow \begin{cases} x = 6000 \\ y = 2000 \\ z = 12000 \end{cases}$$

solución: Invierte 6.000 € en la empresa A, 2000 € en la empresa B y 12.000 € en la empresa C.

- (10) x = nº viajeros billete completo 0.70 €
 y = nº viajeros (estudiantes) 50% descuento $\rightarrow$ pagan 50% $\rightarrow 0.35$ €
 z = nº viajeros (jubilados) 80% descuento $\rightarrow$ pagan 20% $\rightarrow 0.14$ €

Total 90 viajeros $\longrightarrow x + y + z = 90$

Nº Estudiantes es 10 veces nº jubilados $\rightarrow y = 10z$

Recaudación total 46.76 € $\longrightarrow 0.70x + 0.35y + 0.14z = 46.76$

$$\begin{cases} x + y + z = 90 \\ y - 10z = 0 \\ 70x + 35y + 14z = 4676 \end{cases} \rightarrow \text{Gauss} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 90 \\ y - 10z = 0 \\ 10x + 5y + 2z = 668 \end{cases}$$

$\rightarrow x = 46$

$y = 40$

$z = 4$

solución: 46 viajeros billete completo, 40 estudiantes y 4 jubilados.

$$\textcircled{M} \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} 2(x+4) < 6x+2 \\ 5x-x^2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$2(x+4) < 6x+2$$

$$2x+8 < 6x+2$$

$$8-2 < 6x-2x$$

$$6 < 4x$$

$$\frac{6}{4} < x$$

$$\frac{3}{2} < x$$

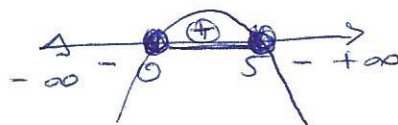


$(\frac{3}{2}, +\infty)$

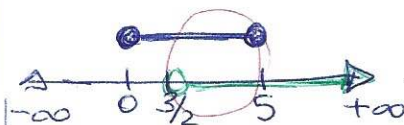
$$5x-x^2 \geq 0 \quad (+)$$

$$5x-x^2=0$$

$$x(5-x)=0 \quad \begin{cases} x=0 \\ 5-x=0 \\ x=5 \end{cases}$$



$[0, 5]$



solución
 $(\frac{3}{2}, 5]$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} 3(x+4) \leq \frac{3x+3}{2} \\ x^2 > 18-3x \end{array} \right\}$$

$$3(x+4) \leq \frac{3x+3}{2}$$

$$6x+12 \leq 3x+3$$

$$6x-3x \leq 3-12$$

$$3x \leq -9$$

$$x \leq \frac{-9}{3}$$

$$x \leq -3$$



$(-\infty, -3]$

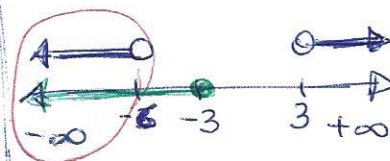
$$x^2 > 18-3x$$

$$x^2+3x-18 > 0 \quad (+)$$

$$x^2+3x-18=0 \quad \begin{cases} x=3 \\ x=-6 \end{cases}$$



$(-\infty, -6) \cup (3, +\infty)$

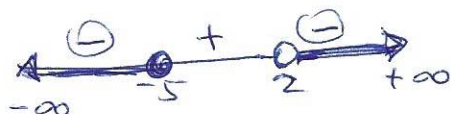


solución
 $(-\infty, -6)$

$$\textcircled{12} \quad a) \quad \frac{x+5}{2-x} \leq 0 \quad (-)$$

$$x+5=0 \rightarrow x=-5$$

$$2-x=0 \rightarrow x=2 \quad \text{* no incluir en sol.}$$



solución: $(-\infty, -5] \cup (2, +\infty)$

$$b) \quad \frac{x^2-9}{3-2x} \leq 0 \quad (-)$$

$$x^2-9=0 \rightarrow x=\pm 3$$

$$3-2x=0 \rightarrow x=\frac{3}{2} \quad \text{* no incluir en sol.}$$



solución $[-3, \frac{3}{2}) \cup [3, +\infty)$

$$(13) \quad a) \quad \begin{cases} 2x+y < 3 \\ x-2y \geq 1 \end{cases}$$

$$2x+y < 3$$

$$2x+y=3$$

x	y
0	3
3/2	0

$$2 \cdot 0 + 0 < 3 \quad (S)$$

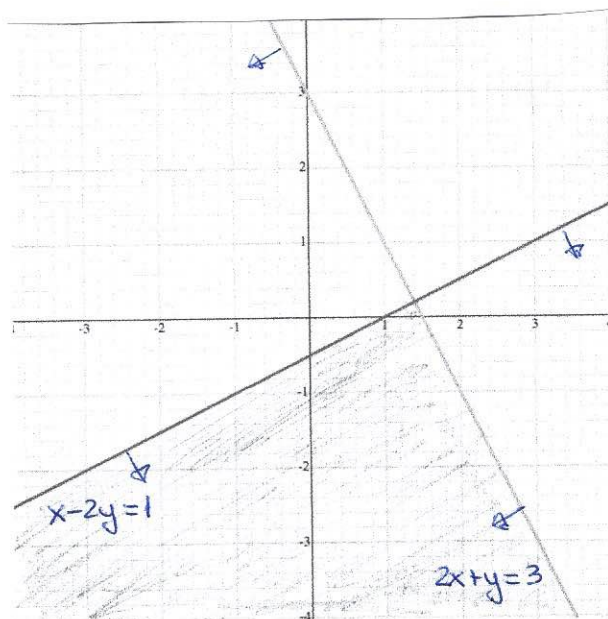
$$0 - 2 \cdot 0 \geq 1 \quad (NO)$$

$$x-2y \geq 1$$

$$x-2y=1$$

x	y
0	-1/2
1	0

$$0 - 2 \cdot 0 \geq 1 \quad (NO)$$



$$b) \quad \begin{cases} x+y < 5 \\ x-y < 1 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$x+y < 5$$

$$x+y=5$$

x	y
0	5
5	0

$$0+0 < 5 \quad (S)$$

$$0-0 < 1 \quad (S)$$

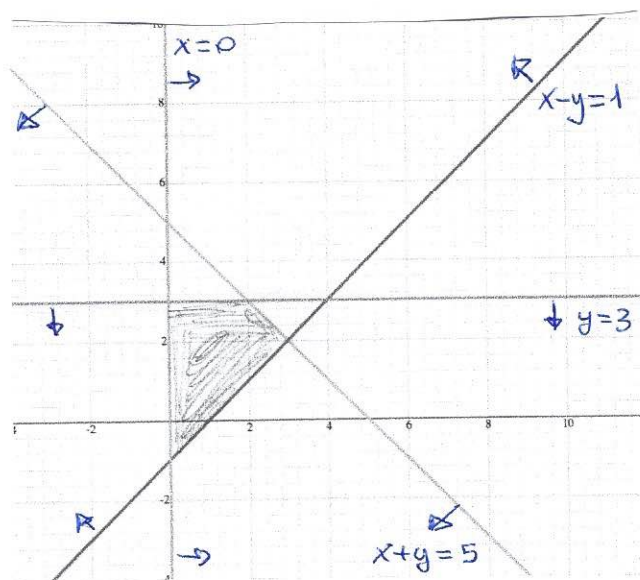
$$x-y < 1$$

$$x-y=1$$

x	y
0	-1
1	0

$$0-0 < 1 \quad (S)$$

$$0-0 < 1 \quad (S)$$



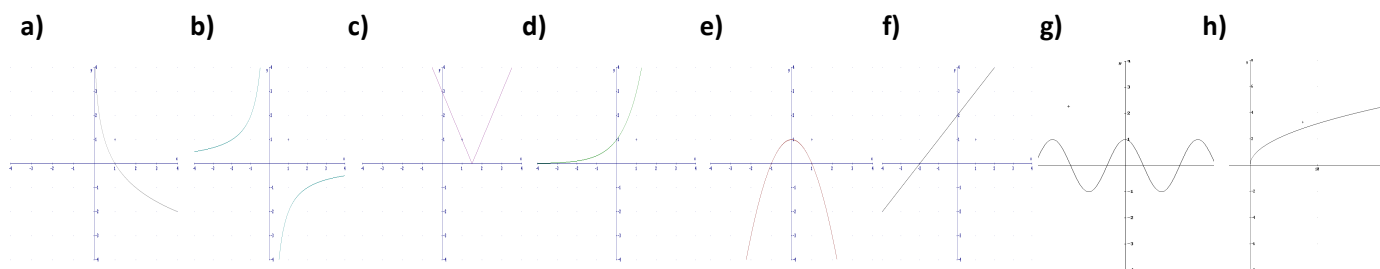
DE TODO UN POCO...TEMA 4. FUNCIONES

1. Indica el dominio de las funciones: **a)** $f(x) = 4x^3 + 2x - 7$ **b)** $f(x) = \frac{1}{3x-5}$ **c)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$ **d)** $f(x) = \frac{5}{\sqrt{2x+3}}$

2. Dadas $f(x) = \sqrt{5x+6}$, $g(x) = 3x^2 - 2$, averigua $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$.

3. Encuentra la función inversa de estas funciones: **a)** $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+2}{3}}$ **b)** $f(x) = 4x^3 - 8$

4. Asocia cada gráfica con la expresión analítica correspondiente:



1) $f(x) = x+2$ 2) $f(x) = -2/x$ 3) $f(x) = \log_{1/2} x$ 4) $f(x) = \sqrt{x}$ 5) $f(x) = |2x-3|$ 6) $f(x) = \cos x$ 7) $f(x) = 3^x$ 8) $f(x) = -x^2+1$

5. Contesta razonadamente si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) La parábola $f(x) = 5x^2 + 6x$ tiene las ramas hacia abajo.
- b) La recta $f(x) = -3x$ está más inclinada que $f(x) = -5x$.
- c) La hipérbola $f(x) = -5/x$ tiene su gráfica en el primer y tercer cuadrante.
- d) La función $f(x) = \sqrt{x+5}$ es una rama de parábola creciente.
- e) Las expresiones analíticas de $f \circ g$ y $g \circ f$ son iguales.

6. Completa las siguientes afirmaciones:

- a) La función $f(x) = 5^x$ crece más (rápido/lento) que $f(x) = 2^x$ y se cortan en el punto _____.
- b) La función $f(x) = 0.75^x$ es (creciente/decreciente) y tiene una asíntota (horizontal/vertical) de ecuación _____.
- c) La función $f(x) = \log_3 x$ es la inversa de _____ y su dominio es _____.
- d) La función $f(x) = \log_{1/2} x$ pasa por el punto _____ y su recorrido es _____.
- e) Las funciones $f(x) = \sin x$ y $f(x) = \cos x$ son funciones _____, su dominio es _____ y su recorrido es _____.

7. Representa esta función a trozos.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x > 2 \\ x^2 + 2x & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

8. Representa esta función $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$

9. Representa estas funciones radicales, indica su dominio y su recorrido.

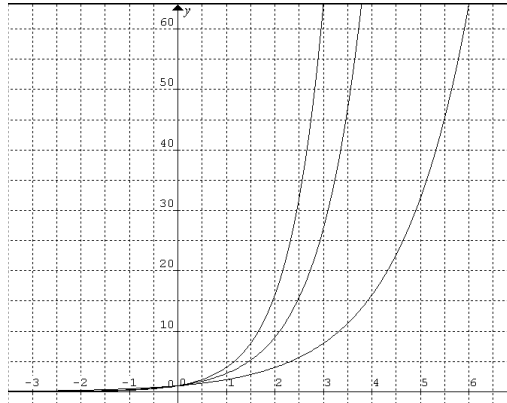
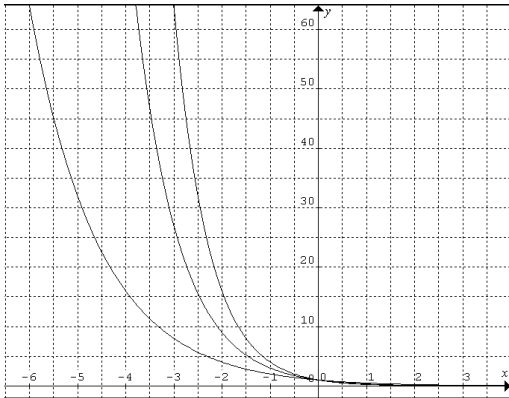
a) $y = \sqrt{x+4}$ **b)** $y = \sqrt{-2x}$

10. Representa estas funciones de proporcionalidad inversa, indica su dominio y su asíntota vertical.

a) $y = \frac{2}{x-4}$ **b)** $y = \frac{-4}{x+1}$

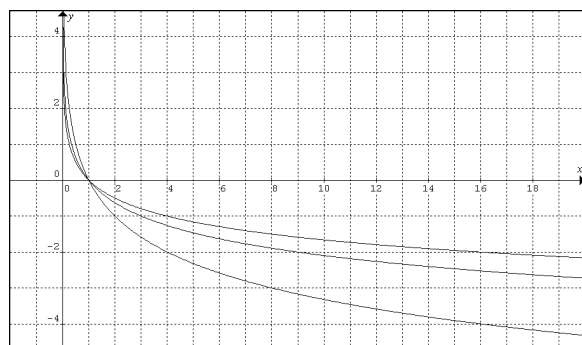
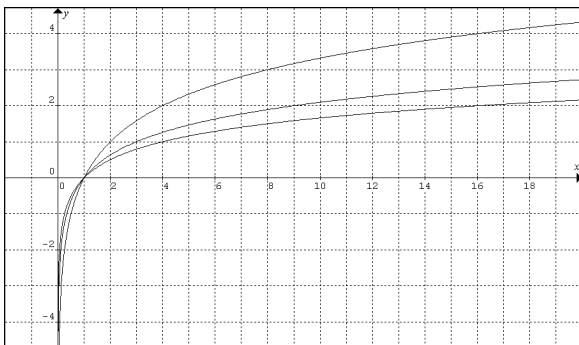
11. Asocia cada gráfico con su ecuación, indica su dominio, su recorrido y su asíntota horizontal:

- a) $y = 3^x$ b) $y = (1/3)^x$ c) $y = (1/2)^x$ d) $y = 4^x$ e) $y = 2^x$ f) $y = (1/4)^x$



12. Asocia cada gráfico con su ecuación, indica su dominio, su recorrido y su asíntota vertical:

- a) $y = \log_{1/2} x$ b) $y = \log_2 x$ c) $y = \log_3 x$ d) $y = \log_{1/4} x$ e) $y = \log_4 x$ f) $y = \log_{1/3} x$



DE TODO UN POCO... FUNCIONES

① a) $f(x) = 4x^3 + 2x - 7 \rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R}$ porque es una función polinómica

b) $f(x) = \frac{1}{3x-5} \rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{5/3\}$ porque es una función racional

$$3x-5=0 \rightarrow x=5/3$$

c) $f(x) = \sqrt{x^2-5x} \rightarrow \text{Dom } f = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$ porque es una función radical

$$x^2-5x \geq 0 \oplus ?$$

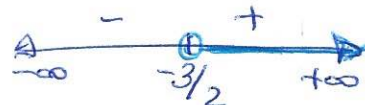
$$x^2-5x=0 \rightarrow x=0, x=5$$



d) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{2x+3}} \rightarrow \text{Dom } f = (-3/2, +\infty)$ porque es una función compuesta racional y radical

$$2x+3 > 0 \oplus ?$$

$$2x+3=0 \rightarrow x=-3/2$$



no se incluye $x = -3/2$
porque anula el denominador

② $f(x) = \sqrt{5x+6}$ $g(x) = 3x^2-2$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x^2-2) = \sqrt{5(3x^2-2)+6} = \sqrt{15x^2-12}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{5x+6}) = 3(\sqrt{5x+6})^2 - 2 = 3(5x+6) - 2 = 15x + 16$$

③ a) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+2}{3}} = y$

$$\left(\sqrt[5]{\frac{x+2}{3}}\right)^5 = y^5$$

$$\frac{x+2}{3} = y^5$$

$$x+2 = 3y^5$$

$$x = 3y^5 - 2$$

$$y = 3x^5 - 2$$

$$f^{-1}(x) = 3x^5 - 2$$

b) $f(x) = 4x^3 - 8 = y$

$$4x^3 = y + 8$$

$$x^3 = \frac{y+8}{4}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{y+8}{4}}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x+8}{4}}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+8}{4}}$$

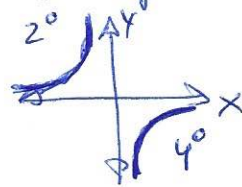
④ a-3 b-2 c-5 d-7 e-8 f-1 g-6 h-4

⑤ a) La parábola $f(x) = 5x^2 + 6x$ tiene los ramos hacia abajo.
FALSO, porque $a = 5 > 0$ es una parábola con los ramos hacia arriba. U

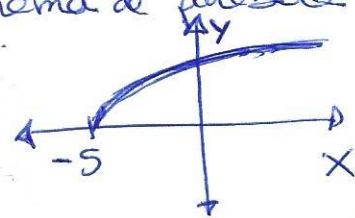
b) La recta $f(x) = -3x$ está más inclinada que $f(x) = -5x$.
FALSO, en valor absoluto $|m|$ la pendiente es más inclinada en la recta $f(x) = -5x$ que en la recta $f(x) = -3x$

c) La hipérbola $f(x) = -5/x$ tiene su gráfica en el primer y en el tercer cuadrante.

FALSO, porque para $f(x) = k/x$ si $k = -5 < 0$ la hipérbola queda en el segundo y cuarto cuadrante.



d) La función $f(x) = \sqrt{x+5}$ es una rama de parábola creciente.
VERDADERO, su gráfica es aprox.



e) Las expresiones analíticas de $f \circ g$ y $g \circ f$ son iguales.
FALSO, en el ejercicio 2 hemos visto que no son iguales.

⑥ a) La función $f(x) = 5^x$ crece más rápido que $f(x) = 2^x$ y se cortan en el punto (0, 1).

b) La función $f(x) = 0.75^x$ es decreciente y tiene una asíntota horizontal de ecuación $y = 0$.

c) La función $f(x) = \log_3 x$ es la inversa de $f(x) = 3^x$ y su dominio es $\text{Dom} f = (0, +\infty)$.

d) La función $f(x) = \log_{1/2} x$ pasa por el punto (1, 0) y su recorrido es $\text{Im} f = \mathbb{R}$.

e) Las funciones $f(x) = \sin x$ y $f(x) = \cos x$ son funciones periódicas, su dominio es $\text{Dom} f = \mathbb{R}$ y su recorrido es $[-1, 1]$.

$$(7) f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x > 2 \\ x^2+2x & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x-3 \text{ si } x > 2$$

RECTA

x	y
2	1
3	3
4	5

$$f(x) = x^2+2x \text{ si } x \leq 2$$

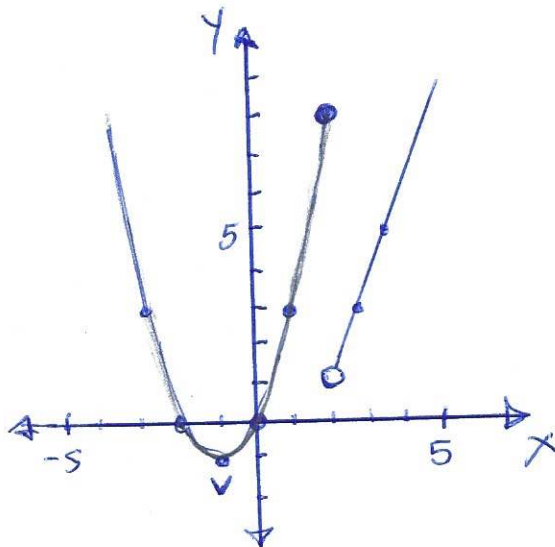
PARÁBOLA

VÉRTICE

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$$

x	y
2	8
1	3
0	0
-1	-1
-2	0
-3	3

VÉRTICE



$$(8) f(x) = |x^2 - 2x - 3|$$

$f(x) = x^2 - 2x - 3$ es una parábola

VÉRTICE $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1 \rightarrow y_v = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4 \rightarrow \boxed{V(1, -4)}$

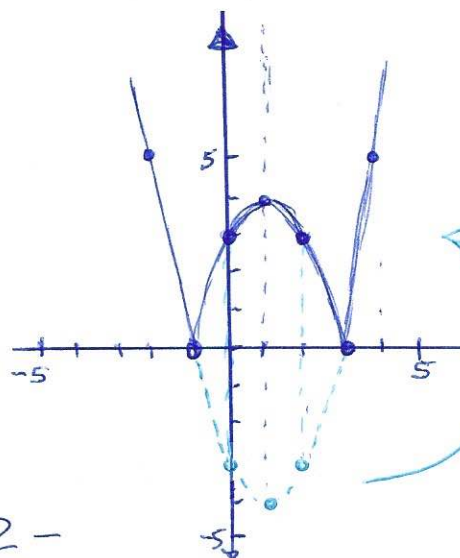
EJE SÍMETRICA $x = x_v \rightarrow \boxed{x = 1}$

CORDENADAS DE LOS EJES $\rightarrow$ EJE X ($y=0$) $\rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow \boxed{(3, 0)}$
 $\rightarrow x = -1 \rightarrow \boxed{(-1, 0)}$

$\rightarrow$ EJE Y ($x=0$) $\rightarrow (0, c) \rightarrow \boxed{(0, -3)}$

TABLA VALORES

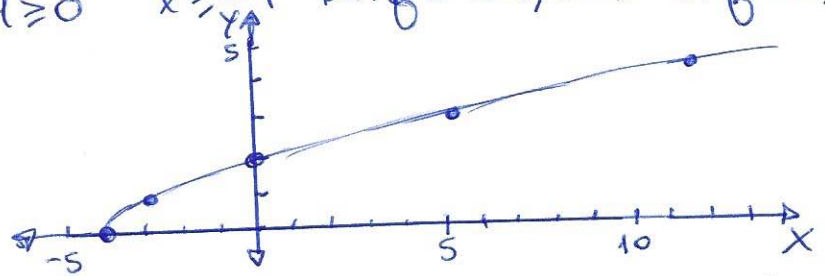
x	y	
1	-3	simetría
4	5	
-2	5	simetría



Para terminar los valores negativos se "convierten" en positivos al tomar su valor absoluto según la función original.

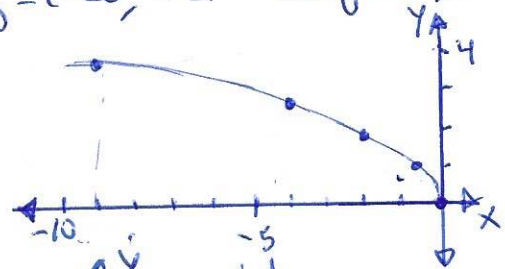
9) a) $y = \sqrt{x+4}$ $x+4 \geq 0$ $x \geq -4$ $\text{Domf} = [-4, +\infty)$ $\text{Imf} = [0, +\infty)$

x	-4	-3	0	5	12
y	0	1	2	3	4



b) $y = \sqrt{-2x}$ $-2x \geq 0$ $x \leq 0$ $\text{Domf} = (-\infty, 0]$ $\text{Imf} = [0, +\infty)$

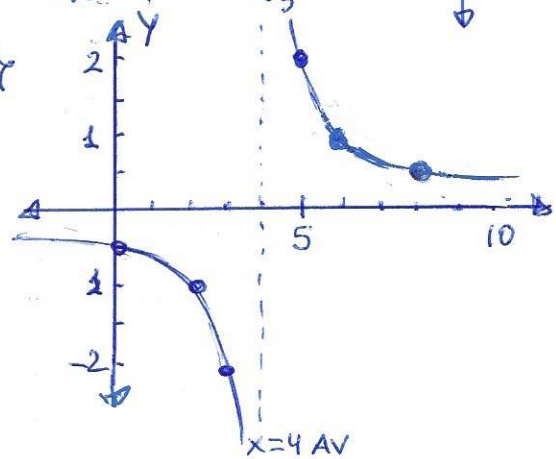
x	0	-1/2	-2	-9/2	-8
y	0	1	2	3	4



10) a) $y = \frac{2}{x-4}$ $\text{Domf} = \mathbb{R} - \{4\}$

$x-4=0 \rightarrow x=4$ AV

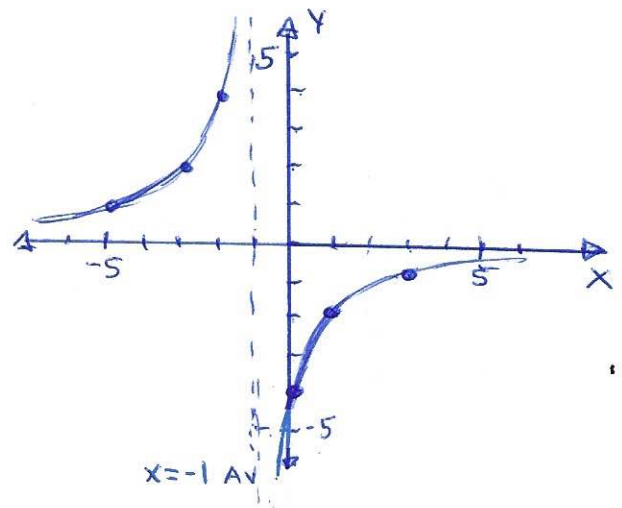
x	0	2	3	4	5	6	8
y	-0.5	-1	-2	7	2	1	0.5



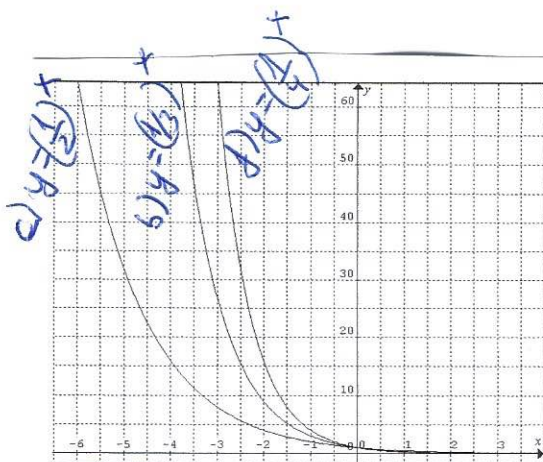
b) $y = \frac{-4}{x+1}$ $\text{Domf} = \mathbb{R} - \{-1\}$

$x+1=0 \rightarrow x=-1$ AV

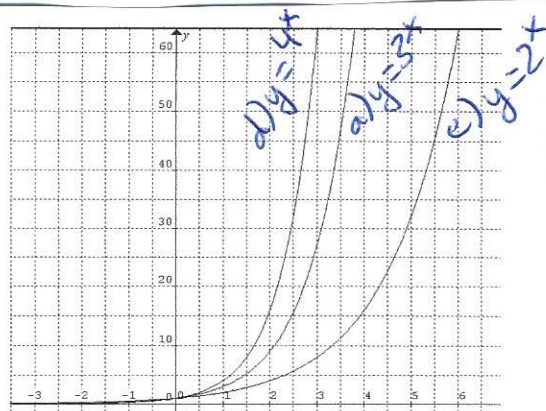
x	-5	-3	-2	-1	0	1	3
y	1	2	4	7	-4	-2	-1



11

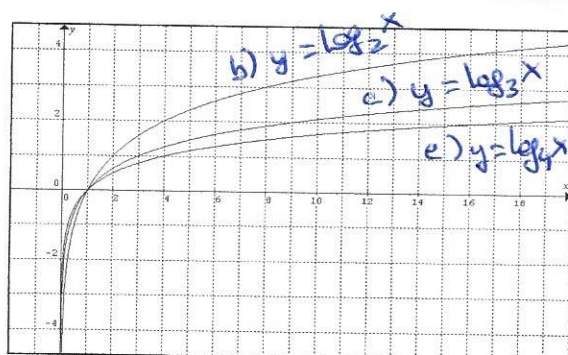


$\text{Dom}f = \mathbb{R}$ $\text{Im}f = (0, +\infty)$
Asíntota horizontal $y = 0$

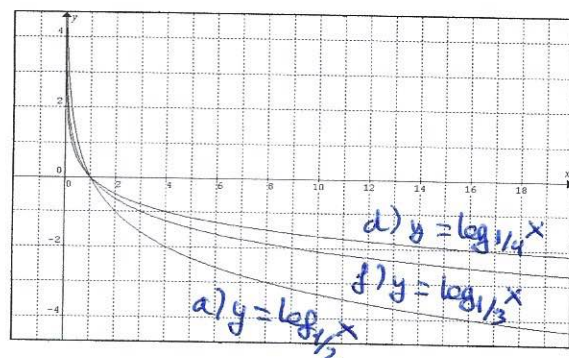


$\text{Dom}f = \mathbb{R}$ $\text{Im}f = (0, +\infty)$
Asíntota horizontal $y = 0$

12



$\text{Dom}f = (0, +\infty)$ $\text{Im}f = \mathbb{R}$
Asíntota vertical $x = 0$



$\text{Dom}f = (0, +\infty)$ $\text{Im}f = \mathbb{R}$
Asíntota vertical $x = 0$

DE TODO UN POCO...TEMA 5. LÍMITES

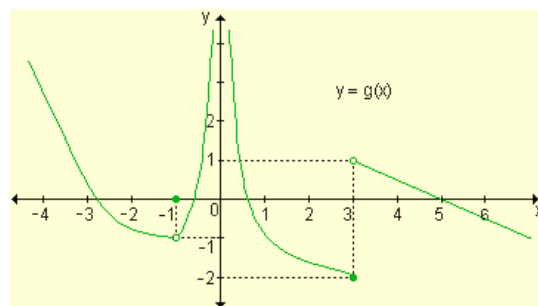
1. Observa esta gráfica y contesta:

a) Indica los puntos de discontinuidad y di de qué tipo son.

b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$



2. Estudia la continuidad de estas funciones:

a)
$$f(x) = \begin{cases} 8x - 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 10 & \text{si } -1 < x < 5 \\ 3 + 2x & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+4} & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{2}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

3. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{2x - 6}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x^2 - 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$

4. Calcula el valor de los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 5x^3 - 3$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 - 4x^3$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{3 - 4x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 1}{x + 6x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{5x^5 + 2x}$

5. Encuentra los valores de los límites del ejercicio anterior cuando $x \rightarrow -\infty$

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 5x^3 - 3$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 4x^3$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{3 - 4x}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 1}{x + 6x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{5x^5 + 2x}$

6. Representa la tendencia de la función interpretando los límites calculados en los ejercicios 4 y 5.

7. Estudia la existencia de asíntotas de la función $f(x) = \frac{12x}{6 - 6x}$ y representa su situación respecto a ellas.

8. Estudia la existencia de asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9}$ y representa su situación respecto a ellas.

DE TODO UN POCO...TEMA 5. LÍMITES

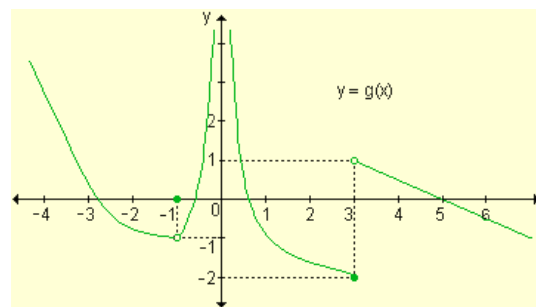
1. Observa esta gráfica y contesta:

a) Indica los puntos de discontinuidad y di de qué tipo son.

$x = -1$ discontinuidad evitable (punto desplazado)

$x = 0$ discontinuidad de salto infinito

$x = 3$ discontinuidad de salto finito



b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -2$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \nexists$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

2. Estudia la continuidad de estas funciones:

$$f(x) = \begin{cases} 8x - 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 10 & \text{si } -1 < x < 5 \\ 3 + 2x & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

¿f es continua en $x = -1$?

1) $\nexists f(-1)$ porque no está definida la función en $x = -1$

2) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 8x - 1 = -9$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 - 10 = -9$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -9$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -9 \neq f(-1) \rightarrow x = -1$ discontinuidad evitable (falta un punto)

¿f es continua en $x = 5$?

1) $\exists f(5) = 3 + 2 \cdot 5 = 13$

2) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} x^2 - 10 = 15$

$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} 3 + 2x = 13$

$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) \rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

$\rightarrow x = 5$ discontinuidad de salto finito

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+4} & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{2}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

¿f es continua en $x = 0$?

1) $\exists f(0) = 2$

2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2 = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+4} = \sqrt{4} = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \rightarrow \exists \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 2 \rightarrow f$ es continua en $x = 0$

¿f es continua en $x = 3$?

1) $\exists f(3) = \sqrt{3+4} = \sqrt{7}$

2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{x+4} = \sqrt{7}$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2}{x-3} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

$\rightarrow x = 3$ discontinuidad de salto infinito

3. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{2x-6} = \frac{9}{0} = \infty? \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{9}{0^-} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{9}{0^+} = +\infty \rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{2x-6}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x^2-3x} = \frac{0}{0} = \text{indeterminación} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x-3} = \frac{5}{-3}$

$$c) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25} = \frac{0}{0} = \text{indeterminación} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1)(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-1}{x+5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

4. Calcula los siguientes límites :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 5x^3 - 3 = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 - 4x = +\infty$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{3 - 4x} = -\infty$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 1}{x + 6x^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{5x^2 + 2x} = 0$$

5. Encuentra los valores de los límites del ejercicio anterior cuando $x \rightarrow -\infty$

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 5x^3 - 3 = -\infty$$

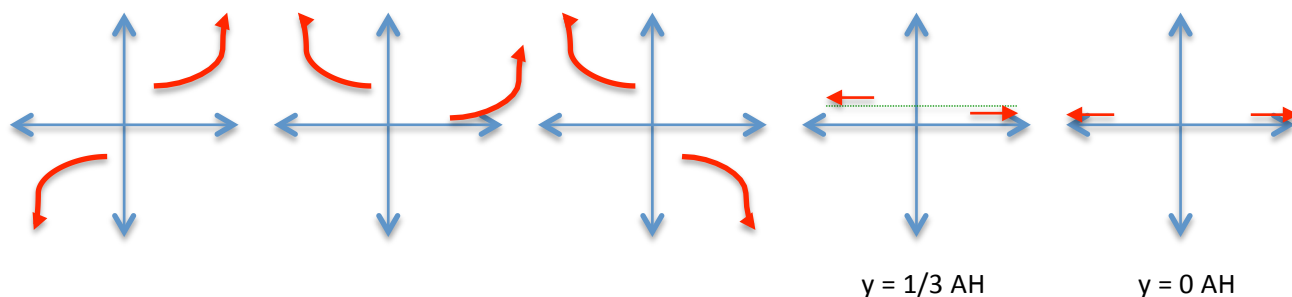
$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 4x = +\infty$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{3 - 4x} = +\infty$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 1}{x + 6x^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{5x^2 + 2x} = 0$$

6. Representa la tendencia de la función interpretando los límites calculados en los ejercicios 4 y 5.



7. Estudia la existencia de asíntotas de la función $f(x) = \frac{12x}{6-6x}$ y representa su situación respecto a ellas:

Dom $f = \mathbb{R} - \{1\}$ porque $6 - 6x = 0 \rightarrow x = 1$ anula el denominador

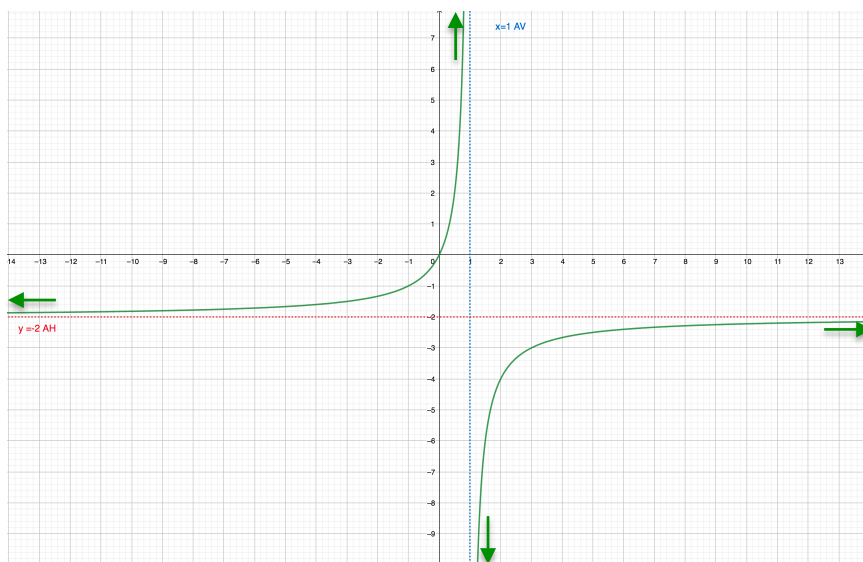
$$\text{AV candidato } x = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{12x}{6-6x} = \frac{12}{0} = \infty \rightarrow x = 1 \text{ AV}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{12x}{6-6x} = \frac{12}{0^+} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{12x}{6-6x} = \frac{12}{0^-} = -\infty$$

$$\text{AH} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x}{6-6x} = -2^- \rightarrow y = -2 \text{ AH}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x}{6-6x} = -2^+$$

Como hay AH no hay AO ni ramas parabólicas



8. Estudia la existencia de asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9}$ y representa su situación respecto a ellas.

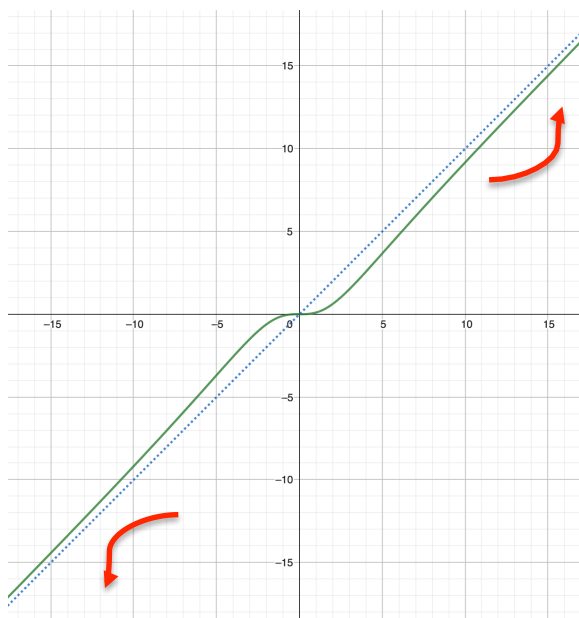
Dom $f = \mathbb{R}$ porque $x^2 + 9 = 0 \rightarrow \nexists$ por tanto no se anula el denominador

AV No hay porque dom $f = \mathbb{R}$

AH $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2 + 9} = \frac{+\infty}{+\infty} = +\infty \rightarrow$ No hay AH

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2 + 9} = \frac{-\infty}{+\infty} = -\infty$$

Hay AO porque el grado del numerador es un grado mayor que el grado del denominador



DE TODO UN POCO...TEMA 6.

REGLAS DE DERIVACIÓN

1. Encuentra la función derivada de las siguientes funciones aplicando las reglas de las funciones elementales y las operaciones con funciones (suma, resta, producto y cociente):

a) $f(x) = 6x^3 + \frac{3x^2}{4} - \frac{x}{5} + 11$

b) $f(x) = \frac{2}{x^5}$

c) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^5}$

d) $f(x) = \frac{-3}{\sqrt[4]{x}}$

e) $f(x) = 5 \ln x + \log_3 x$

f) $f(x) = 7^x - 4 \operatorname{tg} x$

g) $f(x) = (x^3 - x^2) e^x$

h) $f(x) = (5x^2 - 6x) \sqrt{x}$

i) $f(x) = 3^x \cos x$

j) $f(x) = \frac{1 - x^2}{2x - 3}$

k) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{2x^3}$

l) $f(x) = \frac{\ln x}{3x^2}$

2. Calcula la función derivada de las siguientes funciones aplicando la regla de la cadena para las funciones compuestas:

a) $f(x) = (3x^2 + x)^4$

b) $f(x) = 5^{\operatorname{sen} x}$

c) $f(x) = \cos(7x - 5)$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

e) $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{7}\right)$

f) $f(x) = \operatorname{sen}^3 x$

g) $f(x) = \operatorname{tg} \sqrt{x}$

h) $f(x) = e^{\sqrt{6x}}$

i) $f(x) = (\cos x^2) e^{4x-3}$

j) $f(x) = \frac{(5x^2 - 6x)^4}{2x}$

DE TODO UN POCO...TEMA 6.

REGLAS DE DERIVACIÓN

1. Encuentra la función derivada de las siguientes funciones aplicando las reglas de las funciones elementales y las operaciones con funciones (suma, resta, producto y cociente):

$$\text{a) } f(x) = 6x^3 + \frac{3x^2}{4} - \frac{x}{5} + 11 \quad f'(x) = 18x^2 + \frac{6x}{4} - \frac{1}{5} = 18x^2 + \frac{3x}{2} - \frac{1}{5}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{2}{x^5} = 2x^{-5} \quad f'(x) = -10x^{-6} = \frac{-10}{x^6}$$

$$\text{c) } f(x) = 6\sqrt[3]{x^5} = 6x^{\frac{5}{3}} \quad f'(x) = 6 \cdot \frac{5}{3} x^{\frac{5}{3}-1} = 10x^{\frac{2}{3}} = 10\sqrt[3]{x^2}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{-3}{\sqrt[4]{x}} = -3x^{-\frac{1}{4}} \quad f'(x) = -3 \cdot \frac{-1}{4} x^{-\frac{1}{4}-1} = \frac{3}{4} x^{-\frac{5}{4}} = \frac{3}{4x^{\frac{5}{4}}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x^5}}$$

$$\text{e) } f(x) = 5 \ln x + \log_3 x \quad f'(x) = 5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x \cdot \ln 3} = \frac{1}{x} \left(5 + \frac{1}{\ln 3} \right)$$

$$\text{f) } f(x) = 7^x - 4 \operatorname{tg} x \quad f'(x) = 7^x \ln 7 - 4(1 + \operatorname{tg}^2 x) \quad \text{ó} \quad f'(x) = 7^x \ln 7 - 4 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = 7^x \ln 7 - \frac{4}{\cos^2 x}$$

$$\text{g) } f(x) = (x^3 - x^2) e^x \quad f'(x) = (3x^2 - 2x) e^x + (x^3 - x^2) e^x = (3x^2 - 2x + x^3 - x^2) e^x = (x^3 + 2x^2 - 2x) e^x$$

$$\text{h) } f(x) = (5x^2 - 6x) \sqrt{x} \quad f'(x) = (10x - 6) \cdot \sqrt{x} + (5x^2 - 6x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{(10x - 6) \cdot 2x + 5x^2 - 6x}{2\sqrt{x}} = \frac{25x^2 - 18x}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{i) } f(x) = 3^x \cos x \quad f'(x) = 3^x \ln 3 \cdot \cos x + 3^x (-\operatorname{sen} x) = 3^x (\ln 3 \cos x - \operatorname{sen} x)$$

$$\text{j) } f(x) = \frac{1 - x^2}{2x - 3} \quad f'(x) = \frac{-2x \cdot (2x - 3) - (1 - x^2) \cdot 2}{(2x - 3)^2} = \frac{-4x^2 + 6x - 2 + 2x^2}{(2x - 3)^2} = \frac{-2x^2 + 6x - 2}{(2x - 3)^2}$$

$$\text{k) } f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{2x^3} \quad f'(x) = \frac{\cos x \cdot 2x^3 - \operatorname{sen} x \cdot 6x^2}{(2x^3)^2} = \frac{2x^2(x \cos x - 3 \operatorname{sen} x)}{4x^6} = \frac{x \cos x - 3 \operatorname{sen} x}{2x^4}$$

$$\text{l) } f(x) = \frac{\ln x}{3x^2} \quad f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot 3x^2 - \ln x \cdot 6x}{(3x^2)^2} = \frac{3x - 6x \ln x}{9x^4} = \frac{3x(1 - 2 \ln x)}{9x^4} = \frac{1 - 2 \ln x}{3x^3}$$

2. Calcula la función derivada de las siguientes funciones aplicando la regla de la cadena para las funciones compuestas:

$$\text{a) } f(x) = (3x^2 + x)^4 \quad f'(x) = 4 \cdot (3x^2 + x)^3 \cdot (6x + 1)$$

$$\text{b) } f(x) = 5^{\sin x} \quad f'(x) = 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$$

$$\text{c) } f(x) = \cos(7x - 5) \quad f'(x) = -\sin(7x - 5) \cdot 7 = -7 \sin(7x - 5)$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{x^2 + 3} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 3}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$\text{e) } f(x) = \ln\left(\frac{3x}{7}\right) \quad f'(x) = \frac{1}{\frac{3x}{7}} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{x}$$

$$\text{f) } f(x) = \sin^3 x \quad f'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$\text{g) } f(x) = \operatorname{tg}(\sqrt{x}) \quad f'(x) = \frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} \quad \text{ó} \quad f'(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{h) } f(x) = e^{\sqrt{6x}} \quad f'(x) = e^{\sqrt{6x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{6x}} \cdot 6x = \frac{3 \cdot e^{\sqrt{6x}}}{\sqrt{6x}}$$

$$\text{i) } f(x) = (\cos x^2) e^{4x-3} \quad f'(x) = (-\sin x^2) \cdot 2x \cdot e^{4x-3} + (\cos x^2) e^{4x-3} \cdot 4 = 2 e^{4x-3} (-x \sin x^2 + 2 \cos x^2)$$

$$\begin{aligned} \text{j) } f(x) &= \frac{(5x^2 - 6x)^4}{2x} & f'(x) &= \frac{4(5x^2 - 6x)^3 \cdot (10x - 6) \cdot 2x - (5x^2 - 6x)^4 \cdot 2}{(2x)^2} = \frac{2(5x^2 - 6x)^3 (4x(10x - 6) - (5x^2 - 6x))}{4x^2} = \\ & & &= \frac{(5x^2 - 6x)^3 (35x^2 - 18x)}{2x^2} = \frac{(5x^2 - 6x)^3 x (35x - 18)}{2x^2} = \frac{(5x^2 - 6x)^3 (35x - 18)}{2x} \end{aligned}$$

DE TODO UN POCO...TEMA 8. PROBABILIDAD

1. La siguiente tabla relaciona las variables: (tema 7)

x = gastos en publicidad (miles de euros)

y = ventas (miles de euros)

durante los 6 primeros meses de promoción de cierto producto.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	10	1	100	10
2	17	4	289	34
3	30	9	900	90
4	28	16	784	112
5	39	25	1521	195
6	47	36	2209	282
21	171	91	5803	723

- Calcula el coeficiente de correlación lineal e interpreta el resultado.
- Ajusta la recta de regresión de Y sobre X .
- Estima que cantidad en ventas se obtendría si se gastan 5.500 € en publicidad. ¿Es fiable la estimación?

2. En la lotería primitiva se extraen bolas numeradas el 1 al 49. Calcula la probabilidad de que la primera bola extraída sea:

- Un número de una cifra.
- Un múltiplo de 7.
- Un número mayor que 32.

3. Giramos una ruleta que contiene los colores del arco iris, nos fijamos en el color en que se para y en los sucesos A = "Color que empiece por consonante", B = "Color de cuatro letras" y C = "Color que contiene la vocal O".

- Define la experiencia aleatoria y el espacio muestral.
- Detalla los sucesos A , B y C .
- Calcula las probabilidades $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cap C)$, $P(\overline{B \cup C})$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap C)$. Utilizando la regla de Laplace.

4. Se consideran dos sucesos A y B tales que: $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$ y $P(A|B) = 0,2$, contesta razonadamente las siguientes cuestiones:

- $P(\bar{A} \cup B)$.
- $P(B|A)$.
- $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.
- ¿Son independientes los sucesos A y B ? ¿Por qué?

5. El 50% de los préstamos que concede un banco son para vivienda, el 30% para industria y el 20% para consumo. No se pagan el 20% de los préstamos para vivienda, el 15% de los préstamos para industria y el 70% de los préstamos para consumo.

- Si se elige al azar un préstamo, calcule la probabilidad de que se pague.
- Se elige al azar un préstamo que resulta impagado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un préstamo para consumo?
- Ante un préstamo impagado el director del banco afirma que es más probable que sea para vivienda que para consumo, ¿lleva razón el director?

6. El 50% de los jóvenes de cierta población afirma practicar el deporte A y el 40% afirma practicar el deporte B. Además, se sabe que el 70% de los jóvenes de dicha población practica el deporte A o el B. Si seleccionamos un joven al azar, se pide:
- a) La probabilidad de que no practique ninguno de los dos deportes.
 - b) La probabilidad de que practique el deporte A y no practique el B.
 - c) Si practica el deporte B, ¿cuál es la probabilidad de que practique el deporte A?
 - d) ¿Son independientes los sucesos "Practicar el deporte A" y "Practicar el deporte B"? ¿Por qué?
7. En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con tres autobuses: uno grande, uno mediano y uno pequeño. La cuarta parte de los alumnos apuntados a la excursión irá en el autobús pequeño, la tercera parte en el mediano y el resto en el grande. Saben esquiar el 80% de los alumnos que viajarán en el autobús pequeño, el 60% de los que irán en el mediano y el 40% de los del autobús grande.
- a) Calcula la probabilidad de que un alumno de la excursión, elegido al azar, sepa esquiar.
 - b) Elegimos un alumno de la excursión al azar y se observa que no sabe esquiar. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús mediano?
 - c) Se toma un alumno de la excursión al azar y se observa que sabe esquiar. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús grande o en el pequeño?

DE TODO UN POCO. TEMA 8 SOLUCIÓN

$$\textcircled{1} \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{21}{6} = 3.5 \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{91}{6} - 3.5^2} = 1.71$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{171}{6} = 28.5 \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{5803}{6} - 28.5^2} = 12.45$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{723}{6} - 3.5 \cdot 28.5 = 20.75$$

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{20.75}{1.71 \cdot 12.45} = 0.97 \quad \text{correlación positiva muy fuerte}$$

$$b) y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$$

$$y - 28.5 = \frac{20.75}{1.71^2} (x - 3.5)$$

$$y - 28.5 = 7.1 (x - 3.5)$$

$$y - 28.5 = 7.1x - 24.85$$

$$\boxed{y = 7.1x + 3.65}$$

$$c) X = 5.500 \text{ €} \rightarrow \hat{y} (5.5)?$$

$$\hat{y} (5.5) = 7.1 \cdot 5.5 + 3.65 = 42.7$$

Se estima que gastando 5.500 € en publicidad obtendrían 42.700 € en ventas.

Es fiable porque $r = 0.97$ muy fuerte y $x = 5.5$ está dentro del rango de estudio de $X = [1, 6]$

② Experiencia aleatoria: "Extraer una bola del 1 al 49"

Espacio muestral $E = \{1, 2, \dots, 49\}$

$$a) A = \text{"número de una cifra"} \quad A = \{1, 2, \dots, 9\} \rightarrow P(A) = \frac{9}{49}$$

$$b) B = \text{"múltiplo de 7"} \quad B = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\} \rightarrow P(B) = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$$

$$c) C = \text{"número mayor que 32"} \quad C = \{33, 34, \dots, 49\} \rightarrow P(C) = \frac{17}{49}$$

③ a) Experiencia aleatoria: "Color de una ruleta americana"

Espacio muestral = {Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Anil, Violeta}

$$b) A = \text{"color que empiece por consonante"} = \{\text{Rojo, Naranja, Verde, Violeta}\}$$

$$B = \text{"color de cuatro letras"} = \{\text{Rojo, Azul, Anil}\}$$

$$C = \text{"color que contiene la vocal O"} = \{\text{Rojo, Amarillo, Violeta}\}$$

$$c) \bullet A \cup B = \{\text{Rojo, Naranja, Verde, Azul, Anil, Violeta}\} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{7}$$

$$\bullet A \cap C = \{\text{Rojo, Violeta}\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{2}{7}$$

$$\bullet B \cup C = \{\text{Rojo, Amarillo, Azul, Anil, Violeta}\} \rightarrow P(B \cup C) = \frac{5}{7}$$

$\downarrow$ o *tembles*

$$\overline{B \cup C} = \{\text{Naranja, Verde}\} \rightarrow P(\overline{B \cup C}) = \frac{2}{7}$$

$$\bullet \bar{A} = \{\text{Amarillo, Azul, Anil}\} \quad \bar{B} = \{\text{Naranja, Amarillo, Verde, Violeta}\} \rightarrow \bar{A} \cap \bar{B} = \{\text{Amarillo}\}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{7}$$

$$\bullet \bar{A} \cap C = \{\text{Amarillo}\} \rightarrow P(\bar{A} \cap C) = \frac{1}{7}$$

$$(4) P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.4 \quad P(A|B) = 0.2$$

$$a) P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$\bullet P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\bullet P(\bar{A} \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = 0.4 - 0.08 = 0.32$$

$$\bullet P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0.2 = \frac{P(A \cap B)}{0.4} \rightarrow P(A \cap B) = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08$$

$$\bullet P(\bar{A} \cup B) = P(A) + P(B) - P(\bar{A} \cap B) = 0.7 + 0.4 - 0.32 = 0.78 //$$

$$b) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.08}{0.3} \approx 0.27 //$$

$$c) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$\bullet P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.4 - 0.08 = 0.62$$

$$\bullet P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.62 = 0.38 //$$

$$d) \text{¿A y B independientes? ¿} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{?}$$

$$P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B)$$

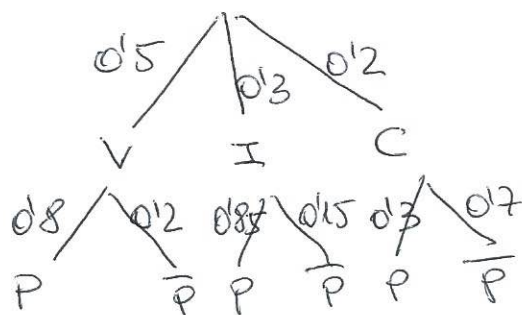
$$0.08 \neq 0.3 \cdot 0.4 \rightarrow \text{A y B no son independientes} //$$

⑤ $V = \text{"préstamo para vivienda"}$

$I = \text{"préstamo para industria"}$

$C = \text{"préstamo para consumo"}$

$P = \text{"préstamo pagado"}$



$$\begin{aligned} a) P(P) &= P(V) \cdot P(P|V) + P(I) \cdot P(P|I) + P(C) \cdot P(P|C) = \\ &= 0.5 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.85 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.715 \end{aligned}$$

$$b) P(C|\bar{P}) = \frac{P(C \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{P}|C)}{1 - P(P)} = \frac{0.2 \cdot 0.7}{1 - 0.715} = 0.49 \frac{1}{2}$$

$$c) P(V|\bar{P}) = \frac{P(V \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{P}|V)}{1 - P(P)} = \frac{0.5 \cdot 0.2}{1 - 0.715} = 0.35 \frac{1}{2}$$

Comparando ambas apartados b) y c) el director no lleva razón

⑥ $A = \text{"practicar el deporte A"}$

$B = \text{"practicar el deporte B"}$

$$P(A) = 0.5 \quad P(B) = 0.4 \quad P(A \cup B) = 0.7$$

$$a) P(\bar{A} \cap \bar{B})?$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.7 = 0.3 \frac{1}{2}$$

$$b) P(A \cap \bar{B})?$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.2 = 0.3 \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.7 = 0.5 + 0.4 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.7 = 0.2$$

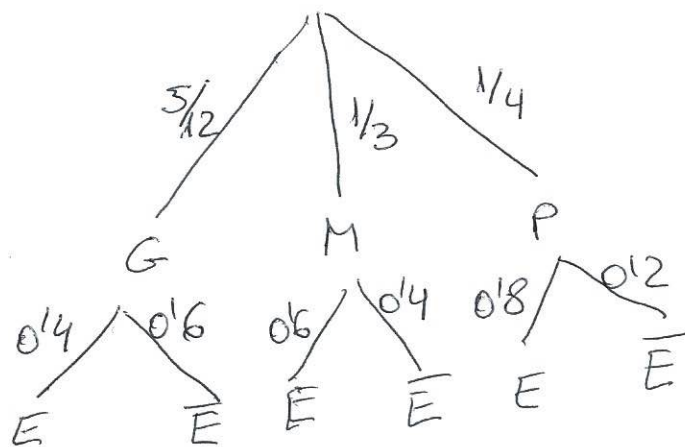
$$c) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$

d) ¿A y B independientes? ¿ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$?

$$P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B)$$

$$0.2 = 0.4 \cdot 0.5 \rightarrow A \text{ y } B \text{ son independientes}$$

- ⑦ G = "alumnos viajan en autobús grande"
 M = "alumnos viajan en autobús mediano"
 P = "alumnos viajan en autobús pequeño"
 E = "alumnos saben esquiar"



$$a) P(E) = P(G) \cdot P(E|G) + P(M) \cdot P(E|M) + P(P) \cdot P(E|P) =$$

$$= \frac{5}{12} \cdot 0.4 + \frac{1}{3} \cdot 0.6 + \frac{1}{4} \cdot 0.8 = 0.57$$

$$b) P(M|\bar{E}) = \frac{P(M \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(M) \cdot P(\bar{E}|M)}{1 - P(E)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.4}{1 - 0.57} = 0.31$$

$$c) P(G \cup P|E) = P(G|E) + P(P|E) \text{ porque } G \cap P = \emptyset$$

$$P(G|E) = \frac{P(G \cap E)}{P(E)} = \frac{P(G) \cdot P(E|G)}{P(E)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0.4}{0.57} = 0.29$$

$$P(P|E) = \frac{P(P \cap E)}{P(E)} = \frac{P(P) \cdot P(E|P)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0.8}{0.57} = 0.35$$

$$P(G \cup P|E) = P(G|E) + P(P|E) = 0.29 + 0.35 = 0.64$$

DE TODO UN POCO...TEMA 8.

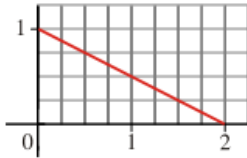
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

1. Sean A y B dos sucesos con $P(A \cup B) = 0,9$; $P(\bar{A}) = 0,4$, donde A denota el suceso contrario o complementario del suceso A, y $P(A \cap B) = 0,2$. Calcular las probabilidades siguientes: $P(B)$, $P(A/B)$, $P(A \cap \bar{B})$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.
2. El 75 % de los alumnos acude a clase en algún tipo de transporte y el resto andando. Llega puntual a clase el 60% de los que utilizan transporte y el 90 % de los que acuden andando. Si se elige un alumno al azar, calcular de forma razonada:
 - a) La probabilidad de que no haya llegado puntual a clase.
 - b) Si es uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, la probabilidad de que haya acudido andando.
3. Un aventurero llega a un punto donde se cruzan tres caminos. Si elije el de la izquierda encontrará un tesoro con 75 perlas y 25 diamantes, si elije el del centro otro tesoro con 50 de cada joya, y si elije el de la derecha un último tesoro con 60 perlas y 40 diamantes. Sin mirar, coge dos joyas y le gustaría que fueran diamantes:
 - a) Describe la variable aleatoria y haz un diagrama de árbol con todas las posibilidades.
 - b) Haz la tabla con la distribución de probabilidad.
 - c) Calcula μ y σ .
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un diamante?
4. En una binomial $B(6, 0,7)$ calcula:

a) $P[x = 4]$	b) $P[x > 4]$	c) $P[x \leq 5]$	d) μ i σ
---------------	---------------	------------------	---------------------
5. La probabilidad de que un paciente mejore con un tratamiento es del 90%. Si se le administramos a 5 enfermos, calcula la probabilidad de que:

a) Describe la variable aleatoria.	c) Mejore alguno.
b) No mejore ninguno.	d) Mejoren más de tres.
6. La siguiente gráfica corresponde a la distribución de probabilidad de una variable continua X, calcula la probabilidad de que:

a) Sea menor que 1.
b) Esté entre $1/2$ y $3/2$.
c) Sea mayor que $1/2$.

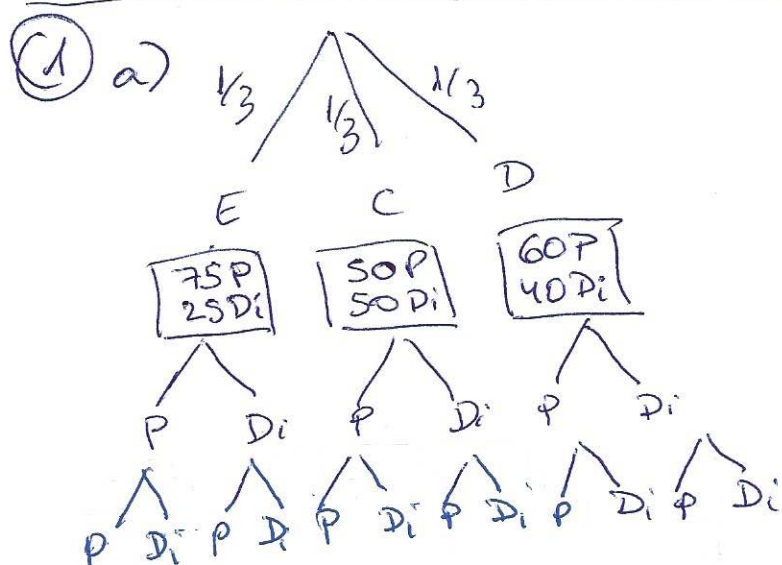

7. En una distribución $Z \sim N(0,1)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[Z \geq 2]$	c) $P[Z \geq -2,34]$	e) $P[0,48 \leq Z \leq 1,56]$
b) $P[Z \leq 1,73]$	d) $P[Z \leq -0,87]$	f) $P[-1,8 \leq Z \leq 1,95]$
		g) $P[-2,69 \leq Z \leq -0,38]$
8. En una distribución $X \sim N(6,2)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[X \geq 5]$	b) $P[X \leq 8]$	c) $P[4 \leq X \leq 7]$
------------------	------------------	-------------------------
9. El número de diarios vendidos en un quiosco se distribuye con una distribución normal con media 30 y desviación típica 2.
 - a) Describe la variable aleatoria.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de vender más de 33?
 - c) ¿Y de vender menos de 33?
 - d) Si hay 50 quioscos repartidos por la ciudad, ¿Cuántos de ellos esperamos que venderán más de 33 diarios?

DE TOT UN POC... DISTRIBUCIONS DE PROBABILITAT

DISTRIBUCIÓ DE PROBABILITAT DE VARIABLE DISCRETA



b.) $X = \text{N}^\circ \text{ diamants}$ $X = \{0, 1, 2\}$

$$P(X=0) = P(EPP) + P(CPP) + P(DPP) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{75}{100} \cdot \frac{74}{99} + \frac{1}{3} \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} + \frac{1}{3} \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{59}{99} = 0'39 //$$

$$P(X=1) = P(EPDi) + P(CDIP) + P(CPDi) +$$

$$+ P(CDiP) + P(DPDi) + P(DDiP) = 0'46 //$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{75}{100} \cdot \frac{25}{99} + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{50}{99} + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{40}{99} =$$

$$P(X=2) = P(EDiDi) + P(CDiDi) + P(DDiDi) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{100} \cdot \frac{24}{99} + \frac{1}{3} \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} + \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{39}{99} = 0'16 //$$

x_i	p_i	$x_i p_i$	$x_i^2 p_i$
0	0'39	0	0
1	0'46	0'46	0'46
2	0'16	0'32	0'64
TOTAL	1	0'78	1'10

$$c) \mu = \sum x_i p_i = 0'78 //$$

$$\sigma = \sqrt{\sum x_i^2 p_i - \mu^2} =$$

$$= \sqrt{1'1 - 0'78^2} = 0'17 //$$

$$d) P(X \geq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 0'39 + 0'46 = 0'85 //$$

$$(2) \quad X \sim \text{Bi}(6, 0.7) \quad n=6 \quad p=0.7 \quad q=0.3$$

$$a) \quad P(X=4) = \binom{6}{4} \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^2 = 0.32 //$$

$$b) \quad P(X > 4) = P(X=5) + P(X=6) = 0.30 + 0.12 = 0.42 //$$

$$P(X=5) = \binom{6}{5} \cdot 0.7^5 \cdot 0.3^1 = 0.30$$

$$P(X=6) = \binom{6}{6} \cdot 0.7^6 \cdot 0.3^0 = 0.12$$

$$c) \quad P(X \leq 5) = 1 - P(X=6) = 1 - 0.12 = 0.88 //$$

$$d) \quad \mu = n \cdot p = 6 \cdot 0.7 = 4.2 //$$

$$\sigma = n \cdot p \cdot q = 6 \cdot 0.7 \cdot 0.3 = 1.26 //$$

$$(3) \quad X = \text{n}^\circ \text{ pacients que milloren amb un tractament}$$

$$n=5 \quad p=0.9 \quad q=0.1 \quad X \sim \text{Be}(5, 0.9)$$

$$a) \quad P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot 0.9^0 \cdot 0.1^5 = 0.00001 //$$

$$b) \quad P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.00001 = 0.99999 //$$

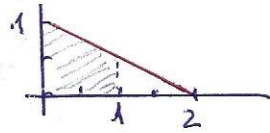
$$c) \quad P(X > 3) = P(X=4) + P(X=5) = 0.33 + 0.59 = 0.92 //$$

$$P(X=4) = \binom{5}{4} \cdot 0.9^4 \cdot 0.1^1 = 0.33$$

$$P(X=5) = \binom{5}{5} \cdot 0.9^5 \cdot 0.1^0 = 0.59$$

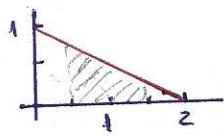
DISTRIBUCIÓ DE PROBABILITAT DE VARIABLE CONTINUA

(4) a)



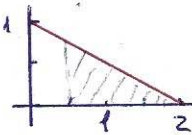
$$P(X < 1) = 1 \cdot 0.5 + \frac{1 \cdot 0.5}{2} = 0.75 \mu$$

b)



$$P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right) = 1 \cdot 0.25 + \frac{1 \cdot 0.5}{2} = 0.5 \mu$$

c)



$$P\left(X > \frac{1}{2}\right) = \frac{1.5 \cdot 0.75}{2} = 0.5625 \mu$$

(5) $Z \sim N(0, 1)$

a) $P(Z \geq 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228 \mu$

b) $P(Z \leq 1.73) = 0.9582 \mu$

c) $P(Z \geq -2.34) = P(Z \leq 2.34) = 0.9904 \mu$

d) $P(Z \leq -0.87) = P(Z \geq 0.87) = 1 - P(Z \leq 0.87) =$
 $= 1 - 0.8078 \mu$

e) $P(0.48 \leq Z \leq 1.56) = P(Z \leq 1.56) - P(Z \leq 0.48) =$
 $= 0.9406 - 0.6844 = 0.2562 \mu$

f) $P(-1.8 \leq Z \leq 1.95) = P(Z \leq 1.95) - P(Z \leq -1.8) =$
 $= P(Z \leq 1.95) - P(Z \geq 1.8) = P(Z \leq 1.95) - [1 - P(Z \leq 1.8)] =$
 $= 0.9744 - [1 - 0.9641] = 0.9744 - 0.0359 =$
 $= 0.9385 \mu$

h) $P(-2.69 \leq Z \leq -0.38) = P(Z \leq -0.38) - P(Z \leq -2.69) =$
 $= P(Z \geq 0.38) - P(Z \geq 2.69) =$
 $= [1 - P(Z \leq 0.38)] - [1 - P(Z \leq 2.69)] =$
 $= [1 - 0.6480] - [1 - 0.9964] = 0.3484 \mu$

$$\textcircled{6} \quad X \sim N(6, 2) \quad \mu=6 \quad \sigma=2$$

$$\begin{aligned} a) \quad P(X \geq 5) &= P\left(\frac{X-6}{2} \geq \frac{5-6}{2}\right) = P(Z \geq -0.5) = P(Z \leq 0.5) = \\ &= 0.6915 \end{aligned}$$

$$b) \quad P(X \leq 8) = P\left(\frac{X-6}{2} \leq \frac{8-6}{2}\right) = P(Z \leq 1) = 0.8413$$

$$\begin{aligned} c) \quad P(4 \leq X \leq 7) &= P\left(\frac{4-6}{2} \leq \frac{X-6}{2} \leq \frac{7-6}{2}\right) = \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0.5) = P(Z \leq 0.5) - P(Z \leq -1) = \\ &= P(Z \leq 0.5) - P(Z \geq 1) = P(Z \leq 0.5) - [1 - P(Z \leq 1)] = \\ &= 0.6915 - [1 - 0.8413] = 0.6915 - 0.1587 = 0.5328 \end{aligned}$$

$\textcircled{7} \quad X = \text{N}^\circ \text{ diaris venuts en un quiosc al dia}$

$$X \sim N(30, 2) \quad \mu=30 \quad \sigma=2$$

$$\begin{aligned} a) \quad P(X > 33) &= P\left(\frac{X-30}{2} > \frac{33-30}{2}\right) = P(Z > 1.5) = \\ &= 1 - P(Z \leq 1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668 \end{aligned}$$

$$b) \quad P(X < 33) = 1 - P(X > 33) = 1 - 0.0668 = 0.9332$$

NO CAL TIPIFICAR, podem aprofitar que és l'esdeveniment contrari de l'apartat anterior.

$$c) \quad 50 \cdot P(X > 33) = 50 \cdot 0.0668 = 3.34$$

S'espera que en 3 quioscs es venden més de 33 diaris