

MATEMÀTIQUES

REPÀS

4^t ESO. Matemàtiques B

NOM:

GRUP:

Els exercicis i problemes s' han de fer en un full a part.

TEMA 1 I 2. NOMBRES REALS

1. POTÈNCIES

1. Calcula les següents potències:

a. $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$

g. $\left(-\frac{2}{3}\right)^0$

l. $(-6)^{-2}$

b. $\left(-\frac{7}{11}\right)^{-2}$

h. $\left(\frac{2}{3}\right)^0$

m. -5^{-2}

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

i. $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

n. -5^{-3}

d. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$

j. $-\left(\frac{4}{9}\right)^{-2}$

o. $-\left(\frac{4}{9}\right)^2$

e. $(-9)^{-1}$

p. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

f. $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-1}$

k. $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$

q. $\left(\frac{5}{9}\right)^{-2}$

Sol. a) $-\frac{27}{125}$; b) $\frac{121}{49}$; c) $\frac{16}{81}$; d) -32 ; e) $-\frac{1}{9}$; f) $-\frac{7}{4}$; g) 1 ; h) 1 ; i) $-\frac{27}{8}$; j) $-\frac{81}{16}$; k) $-\frac{8}{27}$; l) $\frac{1}{36}$; m) $-\frac{1}{25}$; n) $-\frac{1}{125}$; o) $-\frac{16}{81}$; p) 27 ; q) $\frac{81}{25}$

2. Calcula i simplifica els resultats:

a. $\frac{(-6)^2 \cdot (-4)^2}{2^2}$

f. $\left(\frac{1}{x^2}\right)^3 \cdot (x^2)^4$

b. $\frac{(-2)^3 \cdot (-5)^3}{6^3}$

g. $\left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^5$

c. $\frac{(-6)^4 \cdot (3)^4}{9^4}$

h. $\left(\frac{x}{y}\right)^6 : \left(\frac{y}{x}\right)^3$

d. $\frac{(+7)^3 \cdot (-4)^3}{14^3}$

i. $\left(\frac{1}{x^4}\right)^3 : \left(\frac{1}{x^2}\right)^4$

e. $\left(\frac{1}{b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-6}$

j. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} : \left(\frac{b}{a}\right)^5$

Sol. a) 144; b) $\frac{125}{27}$; c) 16; d) -8; e) $\frac{a^6}{b^{12}}$; f) x^2 ; g) $\frac{y}{x}$; h) $\frac{x^9}{y^9}$; i) $\frac{1}{x^4}$; j) $\frac{a^2}{b^2}$

2. RADICALS

1. Expressa les arrels en forma exponencial i simplifica:

a. $(\sqrt[6]{25})^3$

b. $\sqrt{\sqrt[5]{81}}$

Sol. a) 5; b) $\sqrt[5]{3^2}$

2. Expressa les potències en forma arrel:

a. $3^{2/5}$

b. $2^{-3/4}$

Sol. a) $\sqrt[5]{9}$; b) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

3. Extreu del radical els factors que siguin possibles:

a. $\sqrt[3]{320 \cdot n^3 \cdot m^5}$

b. $\sqrt{\frac{12 \cdot a^3}{45 \cdot b^2}}$

Sol. a) $4nm\sqrt[3]{5m^2}$; b) $\frac{2a}{3b}\sqrt{\frac{3a}{5}}$

4. Multiplica/divideix les arrels i simplifica els resultats

a. $\sqrt[4]{25 \cdot x^2 \cdot y^3} \cdot \sqrt[6]{125 \cdot x^5}$

b. $\frac{\sqrt[3]{8 \cdot a^3 \cdot b}}{\sqrt[4]{4a^2}}$

c. $\sqrt{4 \cdot m^3} \cdot \sqrt[12]{18 \cdot n^5} \cdot \sqrt[3]{10 \cdot n^3 \cdot m}$

d. $\frac{\sqrt[3]{12 \cdot x^3 \cdot y^3}}{\sqrt{9 \cdot x^2 \cdot y}}$

Sol. a) $5x^{12}\sqrt{x^4y^9}$; b) $\sqrt[6]{2^3a^3b^2}$; c) $2mn\sqrt[12]{2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^2 \cdot m^{10} \cdot n^5}$; d) $\sqrt[6]{\frac{2^4y^3}{3^4}}$

5. Efectua les operacions:

a. $2\sqrt{45} - \sqrt{125} - 3\sqrt{20}$

d. $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$

b. $\sqrt{\frac{12}{81}} + \sqrt{\frac{75}{100}} - \sqrt{\frac{27}{36}}$

e. $\sqrt{\frac{8}{9}} + \sqrt{\frac{18}{25}} - \sqrt{\frac{32}{100}}$

c. $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$

Sol. a) $-5\sqrt{5}$; b) $\frac{2}{9}\sqrt{3}$; c) $-8\sqrt{3}$; d) $6\sqrt[3]{2}$; e) $\frac{13}{15}\sqrt{2}$

6. Racionaliza:

a. $\frac{5}{2 \cdot \sqrt[5]{27}}$

b. $\frac{-3}{2 + \sqrt{7}}$

c. $\frac{5}{4\sqrt{3}}$

d. $\frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}}$

e. $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

f. $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Sol. a) $\frac{5\sqrt[5]{3^2}}{6}$; b) $2 - \sqrt{7}$; c) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$; d) $\frac{2 - \sqrt{2}}{6}$; e) $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$; f) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{7}$

3. LOGARÍTMES

1. Utilitza la definició i calcula els següents logaritmes:

a. $\log_3 9$

b. $\log_3 81$

c. $\log_3 1/9$

d. $\log_4 64$

e. $\log_2 \sqrt{2}$

f. $\log_{10} 1000$

g. $\log_2 \sqrt{8}$

h. $\log_4 1/16$

Sol. a) 2; b) 4; c) -2; d) 3; e) $\frac{1}{2}$; f) 3; g) $\frac{3}{2}$; h) -2

2. Utilitza la definició de logaritme i calcula el valor de x:

a. $\log_2 8 = x$

b. $\log_2 1/8 = x$

c. $\log 100 = x$

d. $\log_3 x = -2$

e. $\log_3 x = 4$

f. $\log_5 x = 3$

g. $\log_x 49 = 2$

h. $\log_x 8 = 3$

i. $\log_x 125 = -3$

Sol. a) $x = 3$; b) $x = -3$; c) $x = 2$; d) $x = \frac{1}{9}$; e) $x = 81$; f) $x = 125$; g) $x = 7$; h) $x = 2$; i) $\frac{1}{5}$

3. Resol les operacions següents amb logaritmes:

a. $\log 4 + \log 25$

b. $\log_3 54 + \log_3 12 - \log_3 8$

c. $6 \log 4 - \log 16 + 8 \log 5$

d. $\frac{1}{2} \log_5 100 - \log_5 0.4$

Sol. a) 2; b) 4; c) 8; d) 2

TEMA 3. POLINOMIS I FRACCIONS ALGEBRAIQUES

1. POLINOMIS

1. Calcula les operacions i simplifica el resultats:

a. $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$

b. $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$

c. $-4x(x - 4)^2 + 3(x^2 - 2x + 3) - 2x(-x^2 + 5)$

d. $(3x - 1)(3x + 1) - (4x - 3)^2 - 2(2x^2 + 16x + 16)$

Sol. a) $2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$; *b)* $-6x^3 + 8x^2$; *c)* $-2x^3 + 35x^2 - 80x + 9$; *d)* $-11x^2 - 8x - 42$;

2. Calcula el quocient i el residu de les següents divisions:

a. $(3x^5 - 2x^3 + 4x - 1) : (x^3 - 2x + 1)$

b. $(x^4 - 5x^3 + 3x - 2) : (x^2 + 1)$

Sol. a) $Q = 3x^2 + 4, R = -3x^2 + 12x - 5$; *b)* $Q = x^2 - 5x - 1, R = 8x - 1$

3. Calcula el quocient i el residu aplicant la regla de Ruffini:

a. $(5x^3 - 3x^2 + x - 2) : (x - 2)$

b. $(x^4 - 5x^3 + 7x + 3) : (x + 1)$

Sol. a) $Q = 5x^2 + 7x + 15, R = 28$; *b)* $Q = x^3 - 6x^2 + 6x + 1, R = 2$

4. Calcula el valor de m para que les següents divisions tinguin el residu que s'indica:

a. $(x^2 - 5x + m) : (x - 2), \text{residu} = 0$

b. $(x^3 - 2x^2 - x + m) : (x + 1), \text{residu} = -1$

Sol. a) $m = 6$; *b)* $m = 1$

2. FRACCIONS ALGEBRAIQUES

1. Simplifica:

a. $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$

b. $\frac{x^3-3x^2+2x}{3x^2-9x+6}$

Sol. a) $\frac{x+3}{x-3}$; b) $\frac{x}{3}$

2. Calcula simplifica tot el que siga possible:

a. $\frac{3x}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{5}{x-1}$

b. $\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3}$

c. $\frac{x}{x^2+2} \cdot \frac{3x^2}{x-1}$

d. $\frac{4x^2-4}{2x+2} \cdot \frac{x+3}{x-1}$

e. $\frac{x-1}{x^2-2x+1} : \frac{x+1}{x^2-2x}$

f. $\frac{x^2-1}{x^2+x-2} : \frac{x^2+2x+1}{x^2+x+2}$

g. $\left(\frac{1}{x-2} - \frac{x-3}{x^2-4}\right) \cdot \frac{x+2}{x}$

h. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{3}{x^2}$

Sol a) $\frac{2x^2-4x-5}{x^2-1}$; b) $\frac{-4x^2-x+3}{x^2-9}$; c) $\frac{3x^3}{x^3-x^2+2x-2}$;
d) $2x+6$; e) $\frac{x^2-2x}{x^2-1}$; f) $\frac{x^2+x+2}{x^2+3x+2}$; g) $\frac{5}{x^2-2x}$; h) $\frac{x}{x+3}$

TEMA 4. EQUACIONS I INEQUACIONS

1. EQUACIONS

1. Resol les següents equacions i comprova la solució quan siga necessari.

a. $\frac{(2x+5)(3x-1)}{3} + \frac{x^2+5}{2} = \frac{7x-5}{6} + 1$

b. $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} = \frac{x(11-x)}{6}$

c. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

d. $2x^4 + 9x^2 - 68 = 0$

e. $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$

f. $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1}$

g. $\sqrt{x+4} - 7 = 0$

h. $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

i. $5^{x+3} = \sqrt{125}$

j. $4^{x+3} = 8^{2-x}$

k. $3 \cdot 2^{x+2} - 5 \cdot 2^x = 56$

l. $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

m. $3^{x^2-1} = 134$

n. $10^{x+2} = 5$

o. $\log x + \log(x+3) = 2 \log(x+1)$

p. $\log 2 + \log(11 - x^2) = 2 \log(5 - x)$

q. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

r. $2x^4 + 9x^2 - 68 = 0$

Sol. a) $-1, -\frac{4}{15}$; b) $-8, +6$; c) $+1, -1, +5, -5$; d) $+2, -2$; e) $2, -\frac{3}{7}$; f) $2, 0$; g) 45 ;
h) $4, -3$; i) $-\frac{3}{2}$; j) 0 ; k) 3 ; l) 0 ; m) ± 2.336 ; n) -1.3010 ; o) 1 ; p) $3, \frac{1}{3}$; q) $\pm 1, \pm 5$; r)
 ± 2 ;

2. INEQUACIONS

1. Resol les següents inequacions lineals i expressa la solució en forma d'interval:

a. $x - (7x - 3) < 7 - 4x - 5$

b. $2x + 3(1 - 2x) < x + 8$

c. $\frac{x}{5} - \frac{2x}{15} \geq \frac{x+4}{3}$

d. $\frac{4x+1}{3} \leq \frac{12x-3}{7}$

Sol. a) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$; *b)* $(3, +\infty)$; *c)* $(-\infty, -5]$; *d)* $[2, +\infty)$

2. Resol les següents inequacions quadràtiques i expressa la solució en forma d'interval:

a. $x(x - 1) + x(x - 3) < 48$

b. $(x - 1)^2 - (x + 3)^2 - x^2 > 7$

Sol. a) $(-4, 6)$ *b)* $(-5, -3)$

TEMA 5. SISTEMES D'EQUACIONS I INEQUACIONS

1. SISTEMES D'EQUACIONS

1. Resol aquests sistemes, comprovant la solució si fora necessari.

a.
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x + 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x + y = \frac{13}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 35 \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

e.
$$\begin{cases} \sqrt{2y+1} + x = 2 \\ x - 4y = 4 \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32 \\ x^2 - y^2 + x - y = 28 \end{cases}$$

Sol. a) $x_1 = 2, y_1 = -1, x_2 = 3, y_2 = 1$; b) $x_1 = \frac{3}{2}, y_1 = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = \frac{3}{2}$;

c) $x_1 = 3, y_1 = 2; x_2 = 3, y_2 = -2, x_3 = -3, y_3 = 2; x_4 = -3, y_4 = -2$;

d) $x_1 = -5, y_1 = 4; x_2 = -12, y_2 = \frac{15}{2}$;

e) $x_1 = 2, y_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}, y_2 = -\frac{3}{8}$ (no vàlida);

f) $x_1 = 5, y_1 = 1; x_2 = 5, y_2 = -2; x_3 = -6, y_3 = 1; x_4 = -6, y_4 = -2$

2. PROBLEMES DE SISTEMES D'EQUACIONS

TIPUS 1: NOMBRES

1. Calcula dos nombres la suma dels quals sigui 191 i la seva diferència 67.

Sol. $x = 129; y = 62$

2. Troba dos nombres tals que la suma d'un terç del primer més un cinquè del segon sigui igual a 12 i que si es multiplica el primer per 5 i el segon per 7 s'obté 300 com a suma dels dos productes.

Sol. $x = 18; y = 30$

TIPUS 2: PREU*QUANTITAT

3. Al mes de gener un venedor de cotxes ven 3 cotxes del model A i 5 del model B, arribant a unes vendes de 165.000 €. Al mes de febrer ven 2

cotxes del model A i 4 del model B, per un total de 122.000 €. Calcula el preu de cada model de cotxe.

Sol. 25000 euros model A i 18000 model B

- 4.** Pau va comprar un equip de música i un reproductor de DVD per 870 €. Després d'algun temps, els ven per 770,50 €. Amb l'equip de
- 5.** música va perdre el 10% del seu valor i amb el reproductor de DVD el 15%. Quant li va costar cada un?

Sol. 620 euros un equipde música i 250 el reproductor de DVD

TIPUS 3: MULTIPLICATIUS

- 6.** En un aparcament hi ha 55 vehicles entre cotxes i motos. Si el total de rodes és de 170. Quants cotxes i quantes motos hi ha?

Sol. 30 cotxes i 25 motos

- 7.** Un grup d'amics planeja una excursió a la muntanya. Criden a un alberg per preguntar quantes habitacions hi ha. La persona que els atén els diu que hi ha 70 llits disponibles repartides en 29 habitacions, i que les habitacions són dobles i triples. Quantes habitacions hi ha de cada tipus?

Sol. 17 dobles i 12 triples

TIPUS 4: VARIACIÓ DE QUANTITATS

- 8.** Luis té el doble de diners que Sílvia. Si Luis li dona 15 € a la Sílvia, llavors tenen el mateix. Quants diners té cada un?

Sol. 60 euros Luis i 30 euros Silvia

- 9.** Javi i Celia tenen 65 euros entre els dos. Si Javi li dona 7 euros a Celia, ella té quatre vegades més diners que el. Quants euros tenen cada un d'ells?

Sol. 20 euros Javi i 45 euros Celia

TIPUS 5: BARREGES

- 10.** En una cafeteria s'usen dues marques de cafè, una de 6 € / kg i una altra de 8.50 € / kg. L'encarregat vol preparar 20kg d'una barreja de les dues classes el preu de la qual sigui 7 € / kg. Quant ha de posar de cada classe?

Sol. 12kg del primer i 8kg del segon

- 11.** Es tenen dos lingots de plata, un llei 0.75 i un altre de llei 0.95. Quin pes hi ha de prendre de cada lingot per obtenir 1800 g de plata de llei 0.90

Sol. 450g del primer i 1350g del segon

TIPUS 6: GEOMETRIA

- 12.** La diagonal d'un rectangle mesura 2 cm més que un dels costats. Calcula les dimensions del rectangle sabent que el seu perímetre és de 14 cm.

Sol. 3 i 4 cm

- 13.** La diagonal d'un rectangle mesura 15 cm, i el seu perímetre, 42 cm. Calcula seus costats.

Sol. 9 i 12 cm

3. SISTEMES D'INEQUACIONS

- 1.** Resol les següents sistemes d'inequacions lineals i expressa la solució en forma d'interval:

a.
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 5 > \frac{x}{2} + 3 \\ 5(x - 6) \leq 3(3x - 9) \end{cases}$$

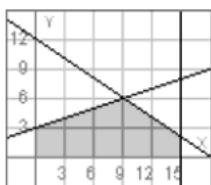
b.
$$\begin{cases} \frac{5-2x}{4} - x \leq -2 - \frac{6x-8}{2} \\ 2(x+1) - 5(x+2) > -3x - 12 \end{cases}$$

Sol. a) $\left[-\frac{3}{4}, 12\right)$; b) $\left(-\frac{12}{5}, \frac{1}{2}\right]$

- 2.** Resol gràficament el sistema d'inequacions següent, indicant clarament la regió solució.

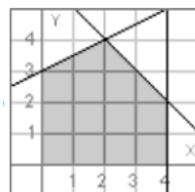
a.
$$\begin{cases} x - 3y \geq -9 \\ 2x + 3y \leq 36 \\ x \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

a)



b.
$$\begin{cases} -x + 2y \leq 6 \\ x + y \leq 6 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

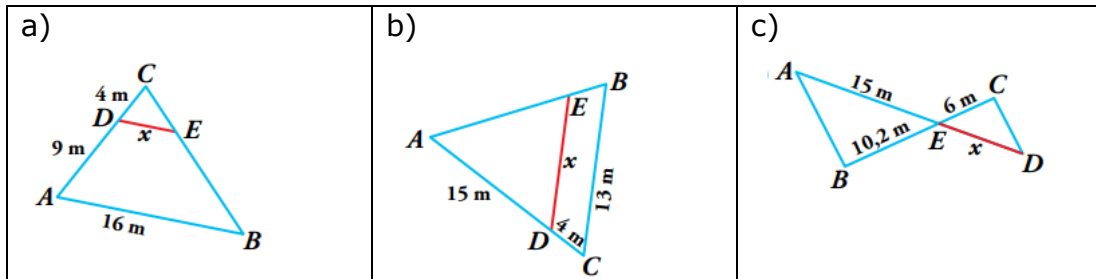
b)



TEMES 6 I 8. TRIGONOMETRIA I SEMBLANÇA

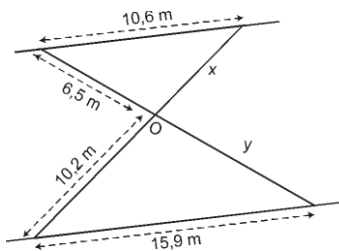
1. SEMBLANÇA

1. Calcula la longitud del costat desconegut:



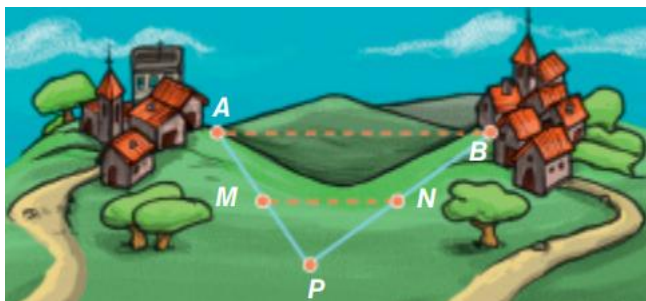
Sol. a) 4.92 m; b) 10.26 m; c) 8.82 m

2. Dos camins paral·lels s'uneixen entre si per dos ponts, que al seu torn es tallen en el punt O. Tenint en compte les mesures de la figura, calcula la longitud dels dos ponts.



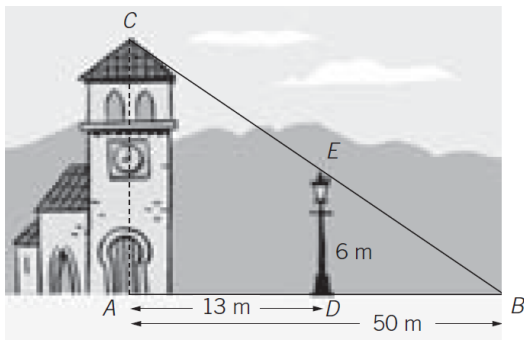
Sol. Las longitudes de los puentes son: $6,8 + 10,2 = 17 \text{ m}$ y $9,75 + 6,5 = 16,25 \text{ m}$.

3. Entre dos pobles A i B hi ha un turó. Per mesurar la distància AB, fixem un punt P des del qual es veuen els dos pobles i prenem les mides $AP = 15 \text{ km}$, $PM = 7,2 \text{ km}$ i $MN = 12 \text{ km}$. (MN és paral·lela a AB). Troba la distància AB.



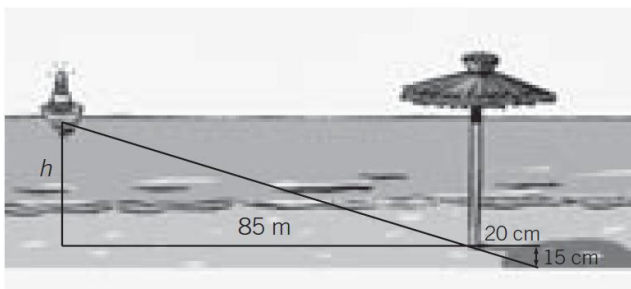
Sol. 25 km

4. Calcula la altura de la torre:



Sol. 8,1 m

5. Quina distància hi ha de la boia a la platja?



Sol. 63,75 m

6. Quina és la profunditat d'un pou, si la seva amplada és 1,2 m i allunyant-te 0,8 m de la vora, des d'una alçada d'1,7 m, veus que la visual uneix la vora del pou amb la línia del fons?



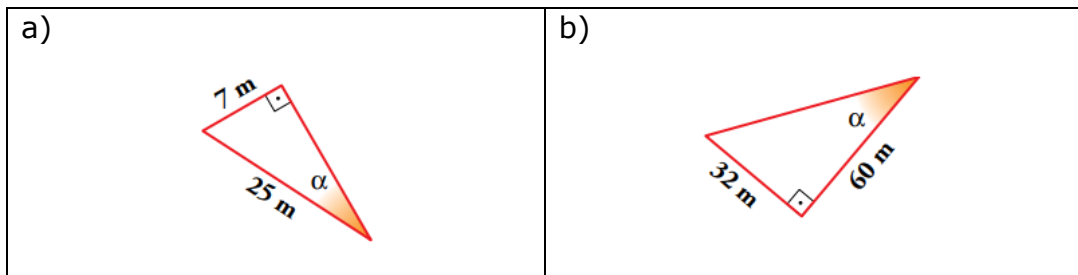
Sol. 2,55 m

7. Un nen situat a 3 m d'un bassal, veu reflectit en ell un niu de cigonya sobre una torre. A quina altura es troba el niu, si el nen fa 1,50 m i la distància del toll a la torre és 50 m?

Sol. 25 m

2. RAONS TRIGONOMÈTRIQUES

1. Troba les raons trigonomètriques del angle α :



$$\text{Sol. a) } \operatorname{sen} \alpha = \frac{7}{25}, \operatorname{cos} \alpha = \frac{24}{25}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{24}; \text{ b) } \operatorname{sen} \alpha = \frac{8}{17}, \operatorname{cos} \alpha = \frac{15}{17}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$$

2. Halla las razones trigonométricas de α , sin hallar α :

- a. $\operatorname{sen} \alpha = 0,62$ y $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- b. $\operatorname{cos} \alpha = -0,83$ y $180^\circ < \alpha < 270^\circ$
- c. $\operatorname{tg} \alpha = -0,92$ y $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
- d. $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{3}$ y $\operatorname{cos} \alpha < 0$
- e. $\operatorname{cos} \alpha = \frac{5}{6}$ y $\operatorname{tg} \alpha < 0$
- f. $\operatorname{tg} \alpha = 2,25$ y $\operatorname{sen} \alpha < 0$

$$\text{Sol. a) } \operatorname{cos} \alpha = -0,78, \operatorname{tg} \alpha = -0,79; \text{ b) } \operatorname{sen} \alpha = -0,56, \operatorname{tg} \alpha = 0,67; \text{ c) } \operatorname{sen} \alpha = -0,68, \operatorname{cos} \alpha = 0,74; \\ \text{d) } \operatorname{cos} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \text{ e) } \operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{6}, \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{5}; \text{ f) } \operatorname{sen} \alpha = -0,9, \operatorname{cos} \alpha = -0,4$$

3. Si sabem que $\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{1}{2}$ calcula les raons trigonomètriques sense fer ús de la calculadora i reduint al primer quadrant:

- | | |
|---|---|
| <p>a. $\operatorname{cos}(60)$</p> <p>b. $\operatorname{tg}(60)$</p> <p>c. $\operatorname{sen}(120)$</p> <p>d. $\operatorname{tg}(240)$</p> | <p>e. $\operatorname{cos}(-60)$</p> <p>f. $\operatorname{sen}(300)$</p> <p>g. $\operatorname{sen}(1500)$</p> |
|---|---|

$$\text{Sol. a) } \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ b) } \sqrt{3}; \text{ c) } \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ d) } \sqrt{3}; \text{ e) } \frac{1}{2}; \text{ f) } -\frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ g) } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

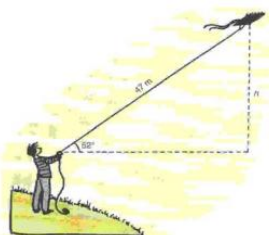
4. Si sabem que $\sin 15^\circ = 0,26$ calcula les raons trigonomètriques sense fer ús de la calculadora i reduint al primer quadrant:

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| a. $\cos(15)$ | e. $\operatorname{tg}(195)$ |
| b. $\operatorname{tg}(15)$ | f. $\sin(-15)$ |
| c. $\cos(75)$ | g. $\cos(345)$ |
| d. $\sin(165)$ | h. $\operatorname{tg}(1095)$ |

Sol. a) 0.98; b) 0.27; c) 0.26; d) 0.26; e) 0.27; f) - 0.26; g) 0.98; h) 0.27;

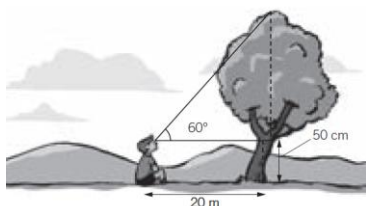
3. PROBLEMES DE TRIGONOMETRIA

1. Alfonso està fent volar el seu catxerulo. Ha deixat anar ja 47 m de fil i l'angle que forma la corda del catxerulo amb l'horitzontal és de 52° . A quina altura h es troba el catxerulo?



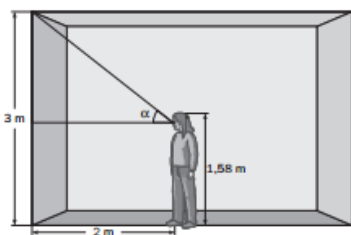
Sol. 37,04 m

2. Quant mesura l'arbre?



Sol. $34,64 + 0,5 = 35,14$ m

3. Inés mesura 158 cm i l'altura de la seva aula és de 3 metres. Si se situa a 2 metres de la paret, quin angle d'elevació obté?

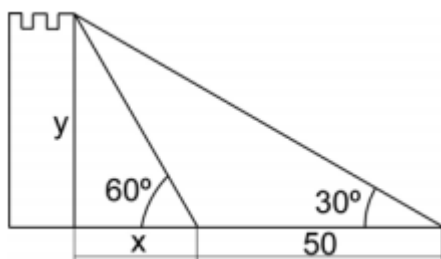


Sol. $35,37^\circ$

4. Calcula l'altura d'un arbre que a una distància de 10 metres es veu sota un angle de 30° .

Sol. 5,77 m

5. Des cert lloc de terra es veu el punt més alt d'una torre, formant la visual un angle de 30° amb l'horitzontal. Si ens acostem 50m a la torre, aquest angle es fa de 60° . Calcula l'altura de la torre.

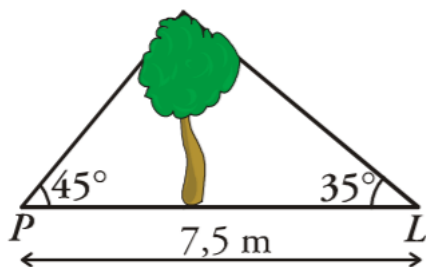


Sol. 43,3 m

6. Des del lloc on em trobe, la visual de la torre forma un angle de 32° amb l'horitzontal. Si m'aprobe 25 m, l'angle és de 50° . Quina és l'altura de la torre?

Sol. 33,2 m

7. Pablo i Luis estan situats cadascun a un costat d'un arbre, com indica la figura. Calcula l'altura de l'arbre.



Sol. 3,09 m

8. Una antena s'ha clavat a terra. Perquè romanguí vertical i ben subjecta s'han col·locat dos ancoratges a terra a banda i banda de l'antena alineats amb la seva base. La distància entre els ancoratges és de 40 metres i, si s'observa la part més alta de l'antena des de cada un d'ells, els angles d'elevació són de 30° i 60° , respectivament. Calcula l'altura de l'antena.

Sol. 17,32 m

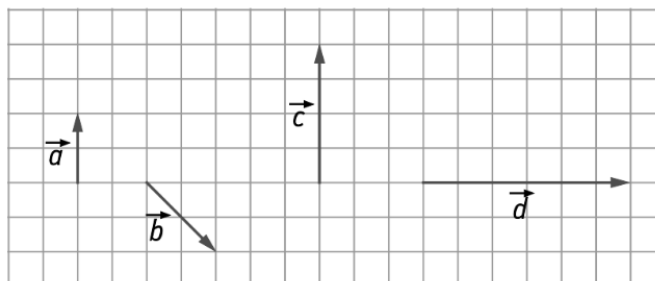
TEMA 7. VECTORS I EQUACIONS DE LA RECTA

1. PUNTS I VECTORS

1. Calcula les coordenades del vector resultant:

a. $3\vec{a} + 3\vec{b}$

b. $2\vec{c} - 5\vec{d}$



Sol. a) $(6, 0)$; b) $(-30, 8)$

2. Troba les coordenades del punt mitjà del segment d'extremes A i B .

a. $A(-2, 5), B(4, 1)$

Sol. a) $M(1, 3)$; b) $M(1, -1)$

b. $A(7, -3), B(-5, 1)$

3. Troba les coordenades del punt B sabent que M és el punt mitjà segment AB .

a. $A(4, -1), M(-7, 2)$

Sol. a) $B(-18, 5)$; b) $B(8, -6)$

b. $A(2, 4), M(5, -1)$

4. Siga $ABCD$ un paral·lelogram, calcula les coordenades del vèrtex C , si $A(2, 1)$, $B(-1, 3)$, $D(4, -2)$

Sol. $C(1, 0)$

5. Siga $ABCD$ un paral·lelogram, calcula les coordenades del vèrtex D , si $A(4, 3)$, $B(3, 2)$, $C(-2, -2)$

Sol. $D(-1, -1)$

6. Demuestra que el triangle de vèrtex $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(7, 4)$ és isòsceles.

Sol. És isòsceles, te dos costats iguals i un altre desigual.

$$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = \sqrt{20}; |\overline{AC}| = \sqrt{80}$$

7. Demuestra que el triangle de vèrtex $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 6)$ es rectangle.

Sol. És rectangle, té dos vectors perpendiculars

2. EQUACIONS DE LA RECTA

1. Obté l'equació de la recta que s'indica:

- Equació vectorial de la recta que passa pels punts: $M(-2, 1), N(4, 5)$.
- Equacions paramètriques de la recta que passa pel punt $P(7, -5)$ i té per vector director $\vec{v}(7, -4)$.
- Equació punt-pendent de la recta que té pendent $m = -3$ y passa pel punto $(2, -5)$
- Equació implícita de la recta paral·lela a $5x - 6y + 14 = 0$ que que passa pel punt $(0, -3)$.
- Equació general de la recta que passa pel punt $P(-5, 3)$ i és perpendicular a la recta $4x + 2y - 7 = 0$.

Sol. a) $(x, y) = (-2, 1) + \lambda(3, 2)$;

$$b) \begin{cases} x = 2 + 7\lambda \\ y = -5 - 4\lambda \end{cases}; c) y + 5 = -3(x - 2); d) y = \frac{5}{6}x - 3; e) x - 2y + 11 = 0$$

3. POSICIÓ RELATIVA DE DOS RECTAS

1. Determina la posició relativa de les rectes i obté el punt d'intersecció en cas de que es tallen.

a. $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -2 - 2\lambda \end{cases} \quad s: x - 1 = \frac{y}{2}$

b. $r: y = 2x - 3 \quad s: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$

c. $r: y = \frac{5}{4}x + 2 \quad s: 5x - 4y + 8 = 0$

Sol. a) Secantes, se cortan en el punto $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$; b) Paralelas; c) Coincidentes.

TEMES 9 I 10. FUNCIONS

1. FUNCIONS MITJANÇANT UNA TAULA DE VALORS

1. La longitud de carretera que neteja un llivaneu depèn de la grossària de la neu. Aquestes són les dades arreplegades per a una d'aquestes màquines:

Grossària de la neu (cm)	50	40	30	25	20	15	10	5
Longitud que neteja en 1 hora (km)	6	7.5	10	12	15	20	30	60

Representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

2. Aquesta taula arreplega la mesura del perímetre del crani d'un xiquet durant els primer mesos de vida:

Temps (mesos)	4	8	12	16	20
Perímetre (cm)	3.7	7	9.7	11.4	12

Representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

3. La taula mostra l'audiència d'un canal de televisió, en millions d'espectadors, d'un dia qualsevol a les hores assenyalades:

Hores	13:00	15:00	17:00	19:00	21:00	23:00	24:00
Audiència (en millions)	1.5	3	1.8	2	3.5	3.8	1.5

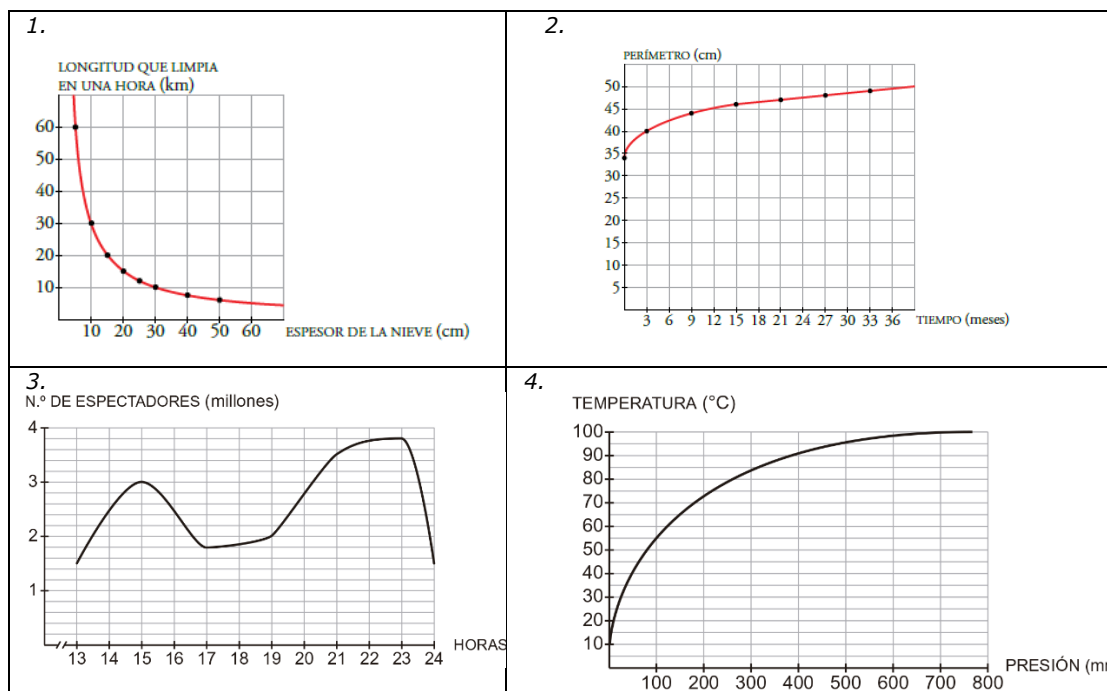
Representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

4. La taula següent mostra la variació de la temperatura, en graus centígrads, a la qual el bull l'aigua en funció de la pressió, expressada en mil·límetres:

Pressió (mm)	0	100	200	300	400	500	600	700	760
Temperatura (°C)	100	55	72	84	91	96	97	99	100

Representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

Sol.



2. FUNCIONS MITJANÇANT UNA FÓRMULA

1. Un taxista ens cobra 3 euros fixos, però baixada de bandera, més 0.80 euros per quilòmetre recorregut. La funció que relaciona la distància recorreguda, d , amb el cost de la carrera, C , és: $C = 3 + 0.8 \cdot d$

Dona valors, representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

2. Una molla mesura 30 cm i s'allarga uns altres 10 cm per cada quilogram que s'hi penja. Però no s'hi poden penjar més de 7.4 kg. La funció que relaciona la longitud, L , de la molla amb la massa, m , que suporta és: $L = 30 + 10m$

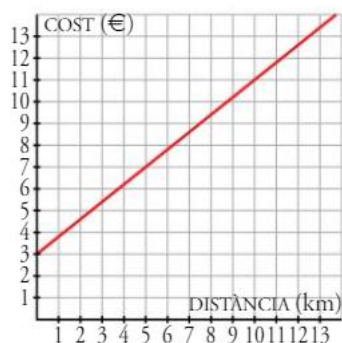
Dona valors, representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

3. Si la quantitat de bacteris d'una espècie determinada es multiplica per 1.4 cada hora, podem escriure la fórmula següent per calcular el nombre "y" de bacteris que hi haurà al cap de "x" hores (començant per un sol bacteri): $f(x) = 1.4^x$

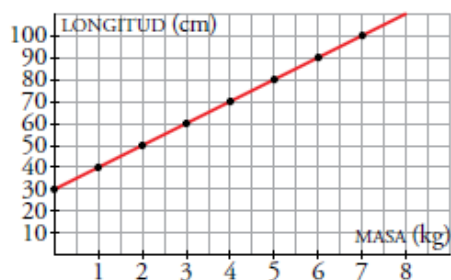
Dona valors, representa gràficament aquestes dades i unix els punts per poder analitzar-ne el gràfic.

Sol.

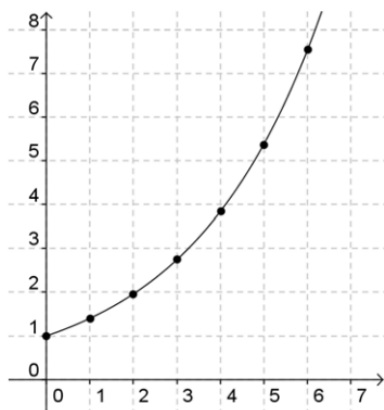
1.



2.



3.

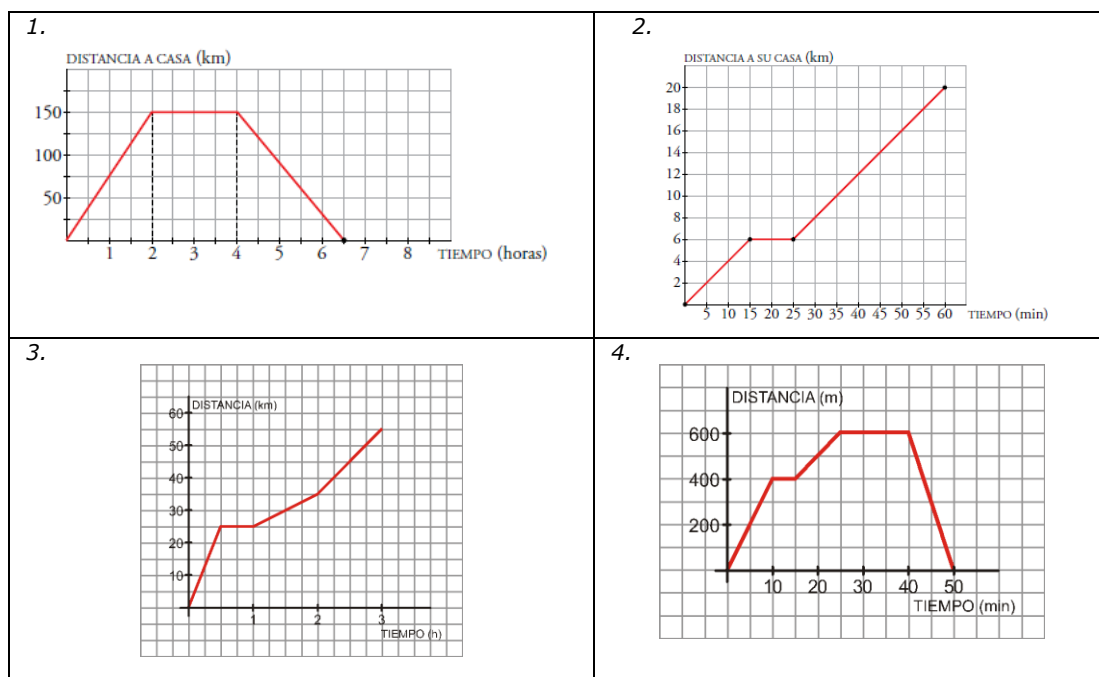


3. FUNCIONS MITJANÇANT UN ENUNCIAT

1. Lluís ha tardat 2 hores a arribar des de sa casa a un ciutat situada a 150 km de distància, en la qual havia d'assistir a una reunió de treball. Ha romàs 2 hores a la ciutat i ha tornat a sa casa, i ha invertit 2 hores i mitja en el viatge de tornada. Representa el gràfica *temps-distància a sa casa*.
2. Un ciclista ix d'excursió a un lloc que dista 20 km de sa casa. Als 15 minuts de l'eixida, quan se'n troba a 6 km, fa una parada de 10 minuts. Reprèn la marxa i arriba al seu destí una hora després d'haver eixit.
3. Aquest matí, Pau ha fet una ruta amb bicicleta. Ha tardat mitja hora a arribar al primer punt de descans, que es troba a 25 km de casa seva. S'hi ha aturat durant 30 minuts. Ha trigat 1 hora a recórrer els 10 km següents i ha trigat una altra hora a recórrer els 20 km que faltaven per arribar a la destinació. Construeix un gràfic que s'ajusti a aquest enunciat (expressa el temps en hores i la distància en quilòmetres).

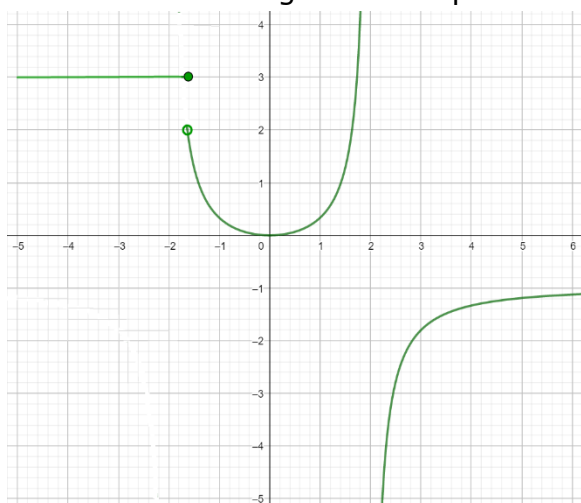
4. Aquest matí, Laia ha sortit de casa a comprar el diari i ha tardat 10 minuts a arribar al quiosc, que es troba a 400 m de casa seva. Allà s'ha estat 5 minuts. Tot seguit, s'hi ha trobat amb una amiga, Eva, a qui ha acompanyat a casa (la casa d'Eva està a 200 m del quiosc i han tardat 10 minuts a arribar). Ha passat 15 minuts a la casa d'Eva i després se n'ha tornat a casa seva sense aturar-se, trigant-hi 10 minuts a arribar (la casa d'Eva es troba a 600 m de la de Laia).

Sol.



4. ESTUDI D'UNA FUNCIÓ A PARTIR DE LA SEUA GRÀFICA

1. Observa la gràfica i respon.



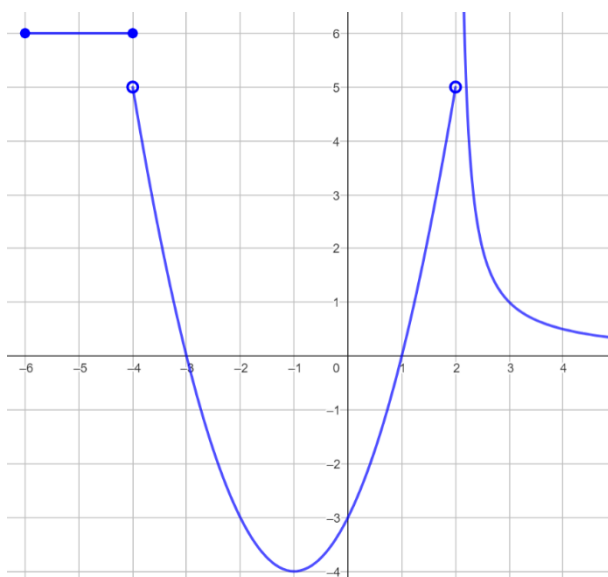
- Quins són el domini de definició i el recorregut?
- És continua o discontinua? En què punts?
- Quins són els punts de talls amb els eixos?
- En quins intervals és creixent? I decreixent?
- Indica, si té, els màxims i els mínims relatius?

Sol. a) $Domf = (-5, -1.6] \cup (-1.6, 2) \cup (2, +\infty)$, $Imf = (-\infty, +\infty)$;

b) En $x = -1.6$ discontinua de salto finito, en $x = 2$ discontinua de salto infinito; c) $(0,0)$;

d) Crece $(0, 2) \cup (2, +\infty)$, Decrece $(-1.6, 0)$; e) Míximo $(0, 0)$

2. Observa la gràfica i respon.



a) Quins són el domini de definició i el recorregut?

b) És continua o discontinua? En què punts?

c) Quins són els punts de tall amb els eixos?

d) En quins intervals és creixent? I decreixent?

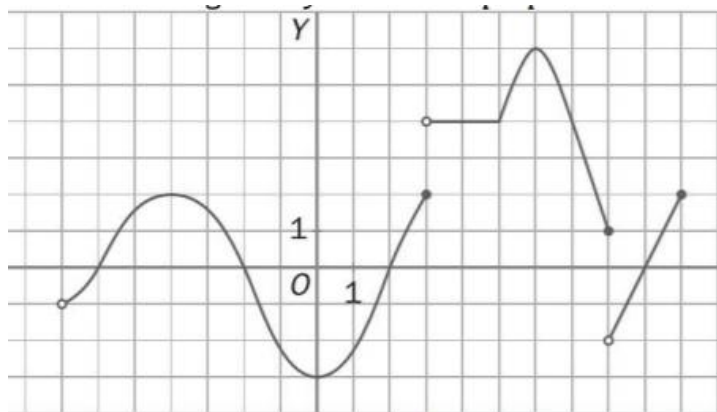
e) Indica, si té, els màxims i els mínims relatius?

Sol. a) $Domf = [-6, -4] \cup (-4, 2) \cup (2, +\infty)$, $Imf = [-4, +\infty)$;

b) En $x = -4$ discontinua de salto finito, en $x = 2$ discontinua de salto infinito; c) $(-3, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, -3)$;

d) Crece $(1, 2)$, Decrece $(-4, -1) \cup (2, +\infty)$; e) Míximo $(-1, -4)$

3. Observa la gràfica i respon.



a) Quins són el domini de definició i el recorregut?

b) És continua o discontinua? En què punts?

c) Quins són els punts de tall amb els eixos?

d) En quins intervals és creixent? I decreixent?

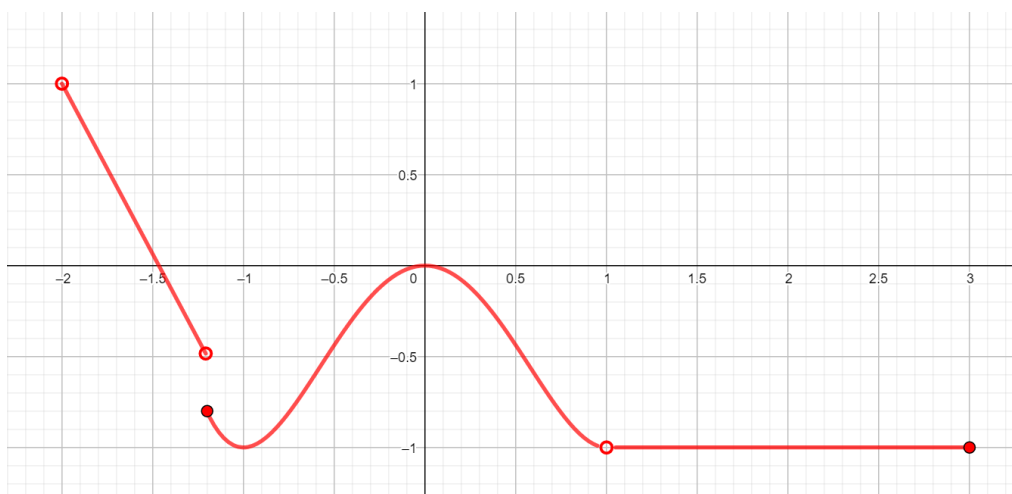
e) Indica, si té, els màxims i els mínims relatius?

Sol. a) $Domf = (-7, 3] \cup (3, 8] \cup (8, 10]$, $Imf = [-3, 6]$;

b) En $x = 3$ y $x = 8$ discontinua de salto finito; c) $(-6, 0)$, $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(9, 0)$ y $(0, -3)$;

d) Crece $(-7, -4) \cup (0, 3) \cup (5, 6) \cup (8, 10)$, Decrece $(-4, 0) \cup (6, 8)$; e) Míximo $(0, -3)$, Màximos $(-4, 2)$ y $(6, 6)$

4. Observa la gràfica i respon.



- Quins són el domini de definició i el recorregut?
- És continua o discontinua? En què punts?
- Quins són els punts de tall amb els eixos?
- En quins intervals és creixent? I decreixent?
- Indica, si té, els màxims i els mínims relatius?

*Sol. a) $\text{Dom}f = (-2, -1.2) \cup [-1.2, 1) \cup (1, 3]$, $\text{Im}f = [-1, +1)$;
 b) En $x = -1.2$ discontinua de salt finit, en $x = 1$ discontinua evitable; c) $(-1.45, 0)$ y $(0, 0)$;
 d) Crece $(-1, 0)$, Decrece $(-2, -1.2) \cup (-1.2, -1) \cup (0, 1)$; e) Mínimo $(-1, -1)$, Máximo $(0, 0)$*

5. ESTUDI D'UNA FUNCIO A PARTIR DE LA SEUA EXPRESSIÓ ANALÍTICA

1. Troba el domini de les següents funcions:

a. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

d. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

b. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-6}$

e. $f(x) = \frac{x}{x^2-x+2}$

c. $f(x) = \sqrt{7-x}$

f. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

Sol. a) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$; b) $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{-2, 3\}$; c) $\text{Dom}f = (-\infty, 7]$; d) $\text{Dom}f = [-3, 3]$; e) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$; f) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$

2. Calcula els punts de tall amb els eixos de les següents funcions:

a. $f(x) = x^2 + 2x + 1$

c. $f(x) = \frac{3x+2}{x^2-1}$

b. $f(x) = -x^2 + 3x - 5$

d. $f(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-3x-3}$

Sol. a) $(-1, 0), (0, 1)$; b) $(0, -5)$; c) $(0, 2), (-\frac{2}{3}, 0)$; d) $(0, 5), (-5, 0), (3, 0)$

3. Estudia la simetria de les funcions:

a. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 1$

b. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

c. $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$

Sol. a) Parella; b) Senar; c) No simètrica

6. REPRESENTACIÓ DE FUNCIONS

1. Representa les funcions. Calcula el vèrtex, alguns punts propers a aquest y els punts de tall amb els eixos.

a. $f(x) = x^2 + 5x + 6$

b. $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

x					
y					

x					
y					

2. Representa les funcions.

a. $f(x) = \frac{3}{x+1}$

b. $f(x) = \frac{2}{x-2}$

x							
y							

x							
y							

3. Representa les funcions.

a. $f(x) = \sqrt{x-5}$

x				
y				

b. $f(x) = \sqrt{x+5}$

x				
y				

4. Representa les funcions.

a. $f(x) = 2^x$

x				
y				

b. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x				
y				

5. Representa les funcions.

a. $f(x) = \log_2 x$

x				
y				

b. $f(x) = \log_5 x$

x				
y				

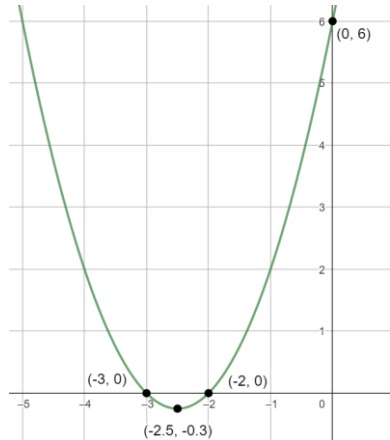
6. Representa les funcions.

a. $f(x) = \begin{cases} -3x-2 & -3 \leq x \leq 0 \\ x^2-2x-2 & 0 < x < 3 \\ 3 & 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$

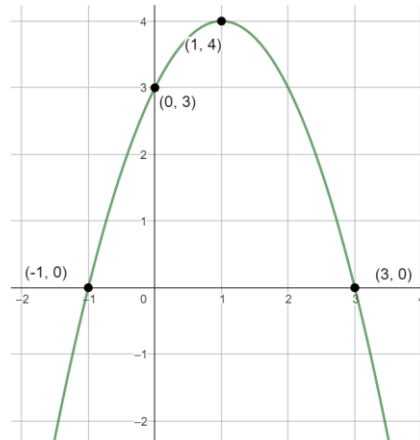
b. $f(x) = \begin{cases} 1 & x < -1 \\ 2-x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ x-2 & x > 2 \end{cases}$

Solucions:

1a



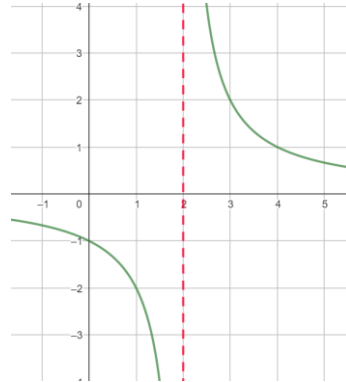
1b



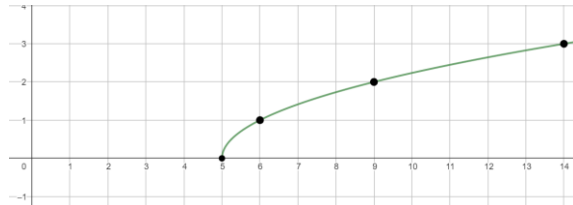
2a



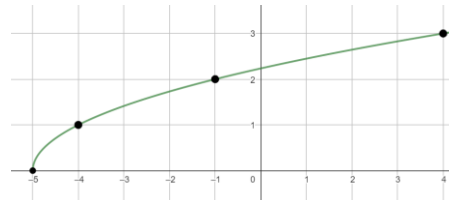
2b



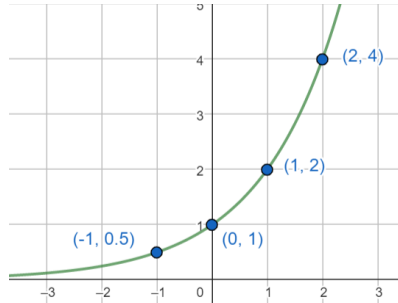
3a



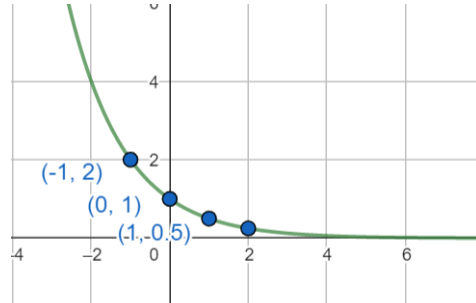
3b



4a

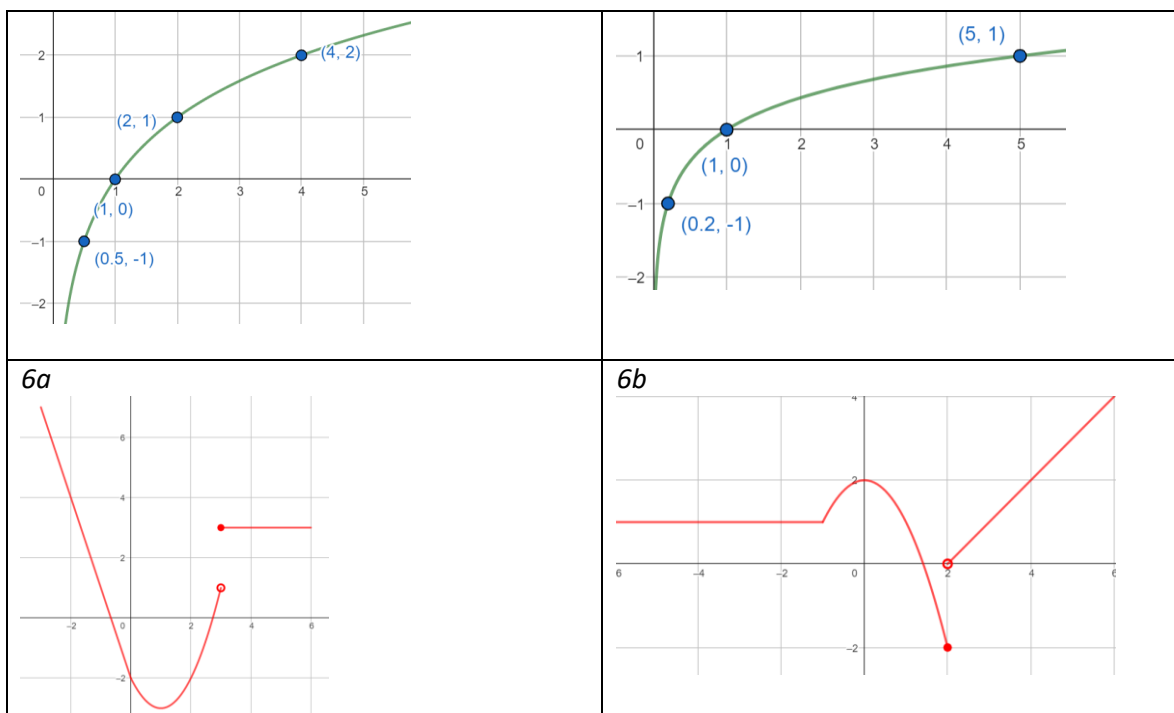


4b



5a

5b



7. PROBLEMES DE FUNCIONS

1. Un quilo de peres costa 1,5 euros.
 - a. Escriu la seva equació de la funció *pes-costa*.
 - b. Representa la funció.
 - c. Si he pagat 10,5 euros, quants quilos he comprat?

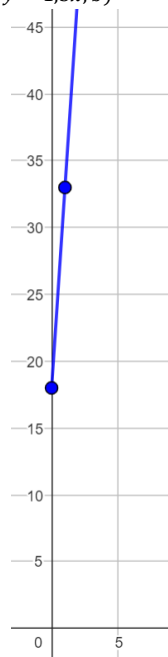
2. Un lampista cobra 18 euros per desplaçament i 15 euros per cada hora de treball.
 - a. Calcula la funció de cost en funció del temps.
 - b. Representa la funció.
 - c. Si ha cobrat una reparació de 70,50 euros, quant de temps ha invertit en la reparació?

3. Una botiga ven dos tipus d'oli d'oliva envasat, l'oli d'oliva verge costa 4 euros per litre i el seu envàs costa 0,80 euros i l'oli d'oliva verge extra costa 5 euros per litre i el seu envàs costa 0,50 euros.
 - a. Escriu l'equació de les funcions *litres-costa* dels dos tipus.
 - b. Representa les dues funcions.
 - c. A partir que un oli és més car que l'altre?

4. La biblioteca municipal proposa tres fórmules de préstec als seus lectors:
 - 40 cèntims per llibre prestat.
 - Crèdit de 2 euros i 20 cèntims per llibre prestat.

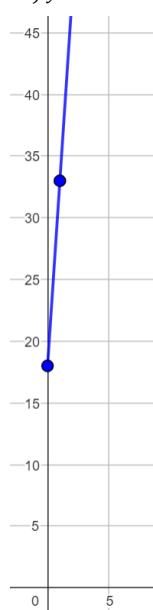
- *Crèdit de 5 euros i 15 cèntims per llibre prestat.*
 - a) Calcula les funcions de preus basades en els llibres prestats.
 - b) Representa els tres gràfics.
 - c) Determina gràficament la funció més avantatjosa en funció del nombre de llibres aportats.
- 5.** En una gelateria A, venen el gelat a 5 euros per litre i cobren 1 euro per al recipient, sigui quina sigui la mida. En una altra gelateria, B, cobren 0,5 euros per l'envàs i 6 euros per cada litre de gelat.
- a.** Calcula la funció de cost de cada gelateria en funció dels seus litres.
 - b.** Representa les dues funcions.

Sol. 1 a) $y = 1,5x$; b)



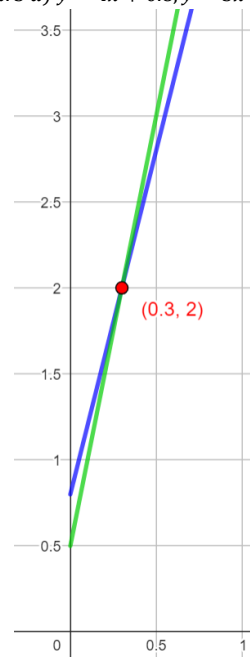
c) 7 quilos

Sol. 2 a) $y = 15x + 18$; b)



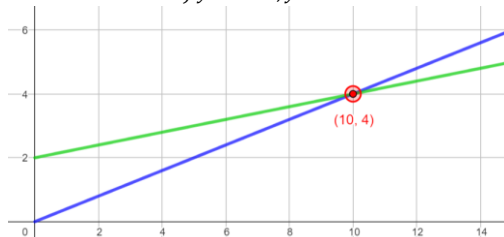
c) 3,5 horas

Sol. 3 a) $y = 4x + 0.8$, $y = 5x + 0.5$



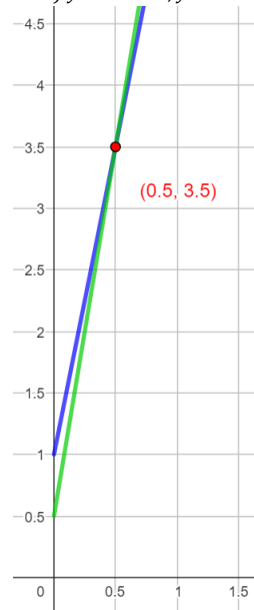
c) A partir de los 0.3 litros de aceite sale más caro el aceite virgen extra.

Sol. 4 a) $y = 0.4x$, $y = 0.2x + 2$



c) A partir de los 10 libros prestados la segunda fórmula es más beneficiosa.

Sol. 5 a) $y = 5x + 1$, $y = 6x + 0.5$



c) A partir de los 0.5 litros de helado la heladería A es más beneficiosa.