

Pre-Examen 8. Derivadas

1. Calcula el valor de los siguientes límites en el infinito. **(1 punto)**

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{x^2 + x}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{3x+17}$

Sol. a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{e^3}$

2. Estudia la continuidad de la siguiente función. **(0.75 puntos)**

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x < 1 \\ 2^{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

Sol. Discontinua evitable en $x = 1$

3. Calcula las siguientes derivadas. **(3 puntos)**

a. $f(x) = (x^5 - x^3 + 3)^4$

b. $f(x) = \sqrt{3e^{x+1}}$

c. $f(x) = 7^{x^2-1}$

d. $f(x) = \frac{1}{\sin(x+1)}$

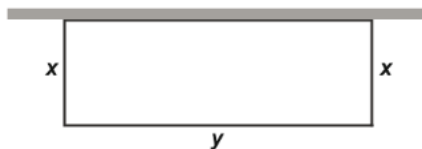
e. $f(x) = \ln(\cos(2x))$

f. $f(x) = \operatorname{tg}(-5x^2 - 7)$

Sol. a) $f'(x) = 4 \cdot (x^5 - x^3 + 3)^3 \cdot (5x^4 - 3x^2)$; b) $f'(x) = \frac{3e^{x+1}}{2\sqrt{3e^{x+1}}}$; c) $f'(x) = 7^{x^2-1} \cdot \ln 7 \cdot 2x$;

d) $f'(x) = -\frac{\cos(x+1)}{(\sin(x+1))^2}$; e) $f'(x) = \frac{-2\sin(2x)}{\cos(2x)}$; f) $f'(x) = [1 + \operatorname{tg}^2(-5x^2 - 7)] \cdot (-10x)$

4. Queremos delimitar una parcela rectangular para hacer una huerta y disponemos de 200 m de alambre. Solamente tenemos que utilizar alambre para tres lados de la parcela, pues para el cuarto aprovechamos un muro. **(2.25 puntos)**



- Calcula la función del área a maximizar.
- Calcula de la parcela de área máxima.
- Calcula el área máxima.

Sol. a) $A(x) = 200x - 2x^2$; b) $x = 50 \text{ m}, y = 100 \text{ m}$; c) $A = 5000 \text{ m}^2$;

5. Dada la siguiente función: **(3 puntos)**

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x - 4}$$

- Su dominio *(0.5 puntos)*
- Ecuación y posición de sus asíntotas. *(0.5 puntos)*
- Puntos de corte. *(0.5 puntos)*
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(0.5 puntos)*
- Máximos y mínimos locales. *(0.5 puntos)*
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores. *(0.5 puntos)*

Sol. a) $\text{Dom} = \mathbb{R} - \{-1, 4\}$; b) $AV: x = -1, x = 4$; $AH: y = 0$; c) $(0,0)$;

d) Decrece $(-\infty, -1) \cup (-1, +4) \cup (4, +\infty)$; e) No tiene máximos ni mínimos; f)

