

Nombre y apellidos:

Curso:

Fecha:

Pre-Examen 5. Funciones, límites y continuidad

1. Halla el dominio de las siguientes funciones. **(1 punto)**

a. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$

b. $f(x) = \log(x^3 - 6x^2 + 8x)$

Sol. a) $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$; b) $Domf = (0, 2) \cup (4, +\infty)$

2. Obtén la expresión analítica de $g \circ f$ dadas las funciones. **(0.5 puntos)**

$$f(x) = 5x^2 + 4; \quad g(x) = \sqrt{2x + 2}$$

Sol. $(f \circ g)(x) = 10x + 14$

3. Halla la función inversa de la siguiente función. **(0.5 puntos)**

$$f(x) = \sqrt[3]{4x + 5}$$

Sol. $f^{-1}(x) = \frac{x^3 - 5}{4}$

4. Calcula el valor de los siguientes límites en el infinito. **(1 punto)**

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 5}{5x^2 - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 12x - 9}{\sqrt[3]{x^5 - 5x - 2}}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 2}$

Sol. a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{3}{5}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

5. Calcula el valor de los siguientes límites en un punto **(1.5 puntos)**:

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - x - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

Sol. a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{3}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

Nombre y apellidos:

Curso:

Fecha:

6. Calcula el valor de los siguientes límites en el infinito. **(2.25 puntos)**

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+5} - \sqrt{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-5x}{x+1} - \frac{3x}{2} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2-3x}{7-3x^2} \right)^{\frac{x^2+x}{x^3-1}}$

Sol. a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) e

7. Halla el valor de m para que la siguiente función sea continua. **(0.75 puntos)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - m & x < 2 \\ mx^2 + 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Sol. } m = \frac{2}{5}$$

8. Estudia la continuidad de la siguiente función. **(1 punto)**

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 - 4x + 3 & x > 1 \end{cases}$$

Sol. Discontinua evitable en $x = 1$

9. Dada la siguiente función **(1.5 puntos)**

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

a. Calcula el dominio de la función. *(0.5 puntos)*

b. Estudia la simetría de la función. *(0.5 puntos)*

c. Estudia la continuidad de la función e indica el tipo de discontinuidad que presenta en los puntos en los que no sea continua. *(0.5 puntos)*

Sol. a) $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$, b) Simetría impar.
c) Discontinua de salto infinito en $x = -2$ y en $x = 2$;