

TEMA 8. PROPORCIONALITAT I PERCENTATGES

1. RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE MAGNITUDS

Dues **MAGNITUDS** són **DIRECTAMENT PROPORCIONALS** quan en multiplicar-ne (dividir-ne) una, l'altra es multiplica (divideix) de la mateixa manera.

Exemple: El nombre de caixes de retolador i el cost (euros). *Com MÉS caixes de retoladors compre, MÉS euros pagaré.*

Dues **MAGNITUDS** són **INVERSAMENT PROPORCIONALS** quan en multiplicar-ne (dividir-ne) una, l'altra es divideix (multiplica) de la mateixa manera.

Exemple: Els gossos que s'han d'alimentar i el temps que dura un sac de pinso. *Com MÉS gossos alimentem, MENYS temps durarà el sac de pinso.*

Dues **MAGNITUDS NO** són **PROPORCIONALS** si la variació d'una no implica la variació de l'altra.

Exemple: L'edat d'una persona i la talla de peu.

S1: Exercicis: pàg. 156, ex. 1; pàg. 157, ex. 3; pàg. 166, ex. 1.

2. PROBLEMES DE PROPORCIONALITAT DIRECTA

Exemple: Tres pots de confitura pesen 600 grams. Quants grams pesen quatre pots?

Com MÉS pots de confitura, MÉS pesen. (Directament proporcionals)

Mètode 1. Reducció a la unitat

1r Calculem quant pesa 1 pot de confitura.

Si 3 pots pesen 600 grams, $600:3= 200$ grams pesa un pot.

2n Calculem quant pesen els 4 pots.

$200 \cdot 4=800$ grams pesen els 4 pots.

Mètode 2. Regla de tres directa

1r Representem les dades en una taula:

| Nombre de pots | Pes (grams) |
|----------------|-------------|
| 3 | 600 |
| 4 | x |

2n Formem una parella de fraccions equivalents amb les tres dades i la incògnita i resollem el valor de x

$$\frac{3}{4} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 4}{3} = \frac{2400}{3} = 800 \text{ grams}$$

S2. Exercicis: pàg. 159, ex. 1, 3; pàg. 167, ex. 21, 23, 24, 25.

3. PROBLEMES DE PROPORCIONALITAT INVERSA

Exemple: Dos tractors llauen una finca en sis hores. Quant tardaran tres tractors en fer la mateixa feina?

Com MÉS tractors llauen, MENYS temps tardaran en fer la feina. (Inversament proporcionals)

Mètode 1. Reducció a la unitat

1r Calculem quant tarda en fer la feina un tractor.

Si 2 tractors tarden 6 hores, $2 \cdot 6 = 12$ hores tarda 1 tractor.

2n Calculem quant tarden els 3 tractors.

$12:3=4$ hores.

Mètode 2. Regla de tres inversa

1r Representem les dades en una taula:

| Nombre de tractors | Temps (hores) |
|--------------------|---------------|
| 2 | 6 |
| 3 | x |

2n Formem una parella de fraccions equivalents invertint l'ordre dels valors en una de les magnituds i resollem el valor de x

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 6}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ hores}$$

S3. Exercicis: pàg. 161, ex. 1, 2; pàg. 167, ex. 20, 22. (pàg. 167, ex. 18, 19).

S4. Exercicis: Fitxa *Problemes de proporcionalitat*.

4. PERCENTATGES

Un **TANT PER CENT** expressa la relació de proporcionalitat que hi ha entre la part que es pren d'un total i el total complet.

MÈTODE 1. Fraccions

$$a\% \text{ del Total} = \text{Part}$$
$$\frac{a}{100} \text{ de Total} = \frac{a \cdot \text{Total}}{100} = \text{Part}$$

MÈTODE 2. Regla de tres directa

$$\begin{array}{l} a \longrightarrow 100 \\ \text{Part} \longrightarrow \text{Total} \end{array}$$

4.1. CÀLCUL DE LA PART

Exemple: En una ONG que té 400 membres, el 6% són professionals amb dedicació exclusiva, i la resta, voluntari a temps parcial. Quants membres de cada tipis hi ha?

MÈTODE 1. Fraccions

$$\text{Professionals} = 6\% \text{ de } 400$$
$$\frac{6}{100} \text{ de } 400 = \frac{6 \cdot 400}{100} = \frac{2400}{100} = 24 \text{ professionals}$$

$$400 - 24 = 376 \text{ voluntaris}$$

MÈTODE 2. Regla de tres inversa

| Professionals | Total |
|---------------|-------|
| 6 | 100 |
| x | 400 |

$$\frac{6}{x} = \frac{100}{400} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 400}{100} = 24 \text{ professionals}$$

$$400 - 24 = 376 \text{ voluntaris}$$

S5. Exercicis: pàg. 163, ex. 6, 7; pàg. 168, ex. 27, 28, 29, 30, 32.

4.2. CÀLCUL DEL TOTAL

Exemple: Un hotel té 36 habitacions buides, fet que representa un 20% del total. Quantes habitacions hi ha en total?

MÈTODE 1. Fraccions

$$\frac{20}{100} \text{ de Total} = 36 \rightarrow 36 \cdot 100 = 3600 \rightarrow 3600 : 20 = 180 \text{ habitacions en total}$$

MÈTODE 2. Regla de tres directa

| Habitacions buides | Total |
|--------------------|-------|
| 20 | 100 |
| 36 | x |

$$\frac{20}{36} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{36 \cdot 100}{20} = 180 \text{ habitacions en total}$$

S6. Exercicis: pàg. 163, ex. 9; pàg. 168, ex. 34; pàg. 171, ex. 11, 14.

4.3 CÀLCUL DEL PERCENTATGE

Exemple: A la meua classe hi ha 30 alumnes i 6 es queden al grup de mediació. Quin percentatge de l'alumnat de la classe forma part del grup de mediació?

MÈTODE 1. Fraccions

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100 = \frac{6}{30} \cdot 100 = \frac{6 \cdot 100}{30} = \frac{600}{30} = 20\%$$

MÈTODE 2. Regla de tres directa

| Mediació | Total |
|----------|-------|
| x | 100 |
| 6 | 30 |

$$\frac{x}{6} = \frac{100}{30} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 100}{30} = 20\%$$

S7. Exercicis: pàg. 163, ex. 8; pàg. 168, ex. 35; pàg. 169, ex. 48; pàg. 171, ex. 15.

S8. Exercicis: Fitxa *Problemes de percentatges*.

5. AUGMENTS I DISMINUCIONS PERCENTUALS

5.1. AUGMENTS

Les reserves d'aigua d'un embassament han augmentat enguany un 20% respecte a les que tenia l'any passat per aquestes dates, que eres de 60 milions de litres. Quines són les reserves d'aigua actuals?

Reserves de l'any passat: 60 milions de litres

Augment: 20%

1r Calculem la quantitat que ha augmentat.

$$20\% \text{ de } 60 = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12 \text{ milions de litres}$$

2n Calculem la reserva actual= reserva anterior + augment

$$60 + 12 = 72 \text{ milions}$$

5.2. DISMINUCIONS

Exemple: Les reserves d'aigua d'un embassament han disminuït enguany un 15% respecte a les que tenia l'any passat per aquestes dates, que eres de 60 milions de litres. Quines són les reserves d'aigua actuals?

Reserves de l'any passat: 60 milions de litres

Disminució: 15%

1r Calculem la quantitat que ha augmentat.

$$15\% \text{ de } 60 = \frac{15 \cdot 60}{100} = 9 \text{ milions de litres}$$

2n Calculem la reserva actual= reserva anterior - disminució

$$60 - 9 = 51 \text{ milions}$$

S9-10. Exercicis: pàg. 165, ex. 1, 2, 3; pàg. 165, ex. 5, 6, 7; pàg. 169, ex. 44, 45, 46.

S11. Repàs. Exercicis: pàg. 171, ex. 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

S12. Exercicis: Pre-Examen 7. Proporcionalitat i percentatges