

TEMA 6-7. LES FRACCIONS

1. SIGNIFICAT DE LES FRACCIONS

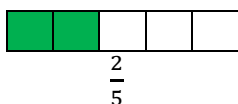
Una **FRACCIÓ** es pot contemplar com:

- Una part de la unitat.
- Un operador.
- Una divisió.

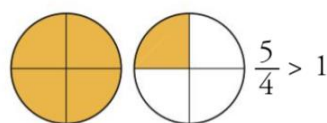
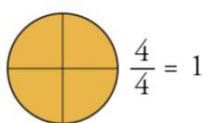
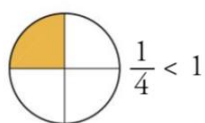
1.1 FRACCIÓ COM UNA PART DE LA UNITAT

Una fracció representa la quantitat de porcions que prenem d'un total de porcions iguals.

Exemple:



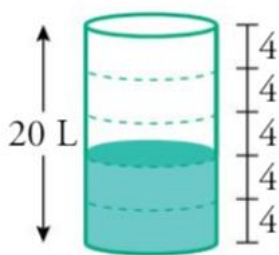
Una fracció pot representar una quantitat menor, igual o més gran que 1.



1.2 FRACCIÓ COM A OPERADOR

Una fracció és un número que opera i transforma una quantitat.

Exemple: Un bidó amb 20 litres de capacitat té $\frac{2}{5}$ plenes.



En el bidó hi ha $\frac{2}{5}$ de 20

1r Dividim el número entre el denominador:

$20 : 5 = 4$ litres en cada part.

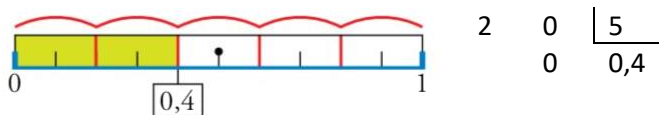
2n Multipliquem el resultat pel numerador.

$4 \cdot 2 = 8$ litres hi ha al bidó.

1.2 FRACCIÓ COM A DIVISIÓ

Una fracció equival a una divisió entre el numerador i el denominador.

Exemple: Expressa $\frac{2}{5}$ com a divisió



$$\frac{2}{5} = 0,4$$

S1: Exercicis: pàg. 127, ex. 1, 2, 3, 5, 8; pàg. 133, ex. 1, 2.

2. RELACIÓ ENTRE FRACCIONS I DECIMALS

2.1 PAS DE FRACCIÓ A DECIMAL

FRACCIÓ $\xrightarrow{\text{Dividim numerador entre denominador}}$ NOMBRE DECIMAL

Exemple: Expressa en forma decimal $\frac{3}{8}$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad \quad \quad | \quad 8 \\ \quad 6 \quad 0 \quad \quad \quad | \quad 0,375 \\ \quad \quad 4 \quad 0 \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

2.2 PAS DE DECIMAL EXACTE A FRACCIÓ

$$\text{Nombre decimal} = \frac{\text{Nombre decimal sense coma}}{\text{Potència de 10 amb tants zeros com a xifres decimals}}$$

Exemple: Expressa en forma de fracció:

a) $3,4 = \frac{34}{10}$

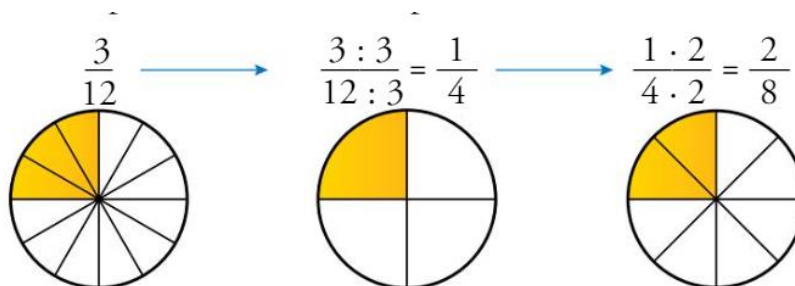
b) $0,25 = \frac{25}{100}$

S2. Exercicis: pàg. 128, ex. 1, 2, 3; (pàg. 133, ex. 5, 6, 7)

3. FRACCIONS EQUIVALENTS

Dues **FRACCIONS** son **EQUIVALENTS** quan expressen la mateixa porció d'unitat.

Exemple:



3.1 OBTENCIÓ DE FRACCIONS EQUIVALENTS

Podem obtenir fraccions equivalents MULTIPLICANT o DIVIDIT els dos termes d'una fracció pel mateix nombre

Exemple: Escribe dues fraccions equivalents a $\frac{2}{10}$

$$\frac{2}{10} = \frac{2:2}{10:2} = \frac{1}{5}$$
$$\frac{2}{10} = \frac{2 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{4}{20}$$

3.2 SIMPLIFICACIÓ DE FRACCIONS

Per a **SIMPLIFICAR** una fracció es divideixen el numerador i el denominador pel mateix nombre.

Una fracció que no es pot simplificar es diu que es **IRREDUCTIBLE**.

Exemple: Simplifica i calcula la fracció irreductible.

$$\frac{18}{30} = \frac{18:2}{30:2} = \frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$$

S3. Exercicis: pàg. 130, ex.1, 2, 3, 4, 6; (pàg. 133, ex 8, 9, 10, 11).

3.3 COMPROVACIÓ DE FRACCIONS EQUIVALENTS

Si dues fraccions són equivalents $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

Exemple: Comprova si son equivalents:

a) $\frac{2}{10}$ i $\frac{3}{15}$

$$2 \cdot 15 = 10 \cdot 3 \rightarrow 30 = 30 \rightarrow \text{Són equivalents}$$

b) $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{5}$

$$3 \cdot 5 = 4 \cdot 2 \rightarrow 15 \neq 8 \rightarrow \text{No són equivalents}$$

Exemple: Calcula el terme desconegut:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{x}$$

$$3x = 4 \cdot 9 \rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = 36:3 = 12$$

S4. Exercicis: pàg. 131, ex.7, 8; pàg. 133, ex. 12.

4. REDUCCIÓ A COMÚ DENOMINADOR

REDUIR A COMÚ DENOMINADOR és substituir-les fraccions per altres equivalents amb el mateix denominador.

Exemple: Redueix a comú denominador $\frac{5}{6}, \frac{4}{9}$ i $\frac{7}{12}$.

1r Calculem el mínim comú múltiple dels denominadors.

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 9 = 3^2 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\} \rightarrow mcm(6, 9, 12) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

2n Transformem cada fracció en una altra equivalent amb denominador 36.

$$36:6 = 6 \rightarrow 6 \cdot 5 = 30 \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{30}{36}$$

$$36:9 = 4 \rightarrow 4 \cdot 4 = 16 \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{16}{36}$$

$$36:12 = 3 \rightarrow 7 \cdot 3 = 21 \rightarrow \frac{7}{12} = \frac{21}{36}$$

5. COMPARACIÓ DE FRACCIONS

Per a **COMPARAR FRACCIONS** han de tindre el mateix denominador.

Exemple: Ordena de menor a major $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ i $\frac{7}{10}$.

1r Reduïm a comú denominador:

Calculem el mínim comú múltiple dels denominadors.

$$\left. \begin{array}{l} 4 = 2^2 \\ 5 = 5 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow mcm(4, 5, 10) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$$

Transformem cada fracció en una altra equivalent amb denominador 20.

$$20:4 = 5 \rightarrow 5 \cdot 3 = 15 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

$$20:5 = 4 \rightarrow 4 \cdot 2 = 8 \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

$$20:10 = 2 \rightarrow 2 \cdot 7 = 14 \rightarrow \frac{7}{10} = \frac{14}{20}$$

2n Observem les fraccions amb igual denominador i ordenem les fraccions originals

$$\frac{2}{5} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

S5. Exercicis: pàg. 141, ex.1, 2, 3, 4.

6. SUMA I RESTA DE FRACCIONS

Per **SUMAR i RESTAR FRACCIONS** les fraccions han de tindre igual denominador.

1r Reduïm a comú denominador

2n Sumem/restem els numeradors.

3r Simplifiquem sempre que siga possible.

Exemples: Calcula

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10}$

$$\left. \begin{array}{l} 4 = 2^2 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow mcm(4, 10) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{5+6}{20} = \frac{11}{20}$$

b) $\frac{2}{3} - \frac{7}{15}$

$$\left. \begin{array}{l} 3 = 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow mcm(3, 15) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{15} = \frac{10}{15} - \frac{7}{15} = \frac{10-7}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

c) $2 - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 3 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} \right\} \rightarrow mcm(1, 3, 6) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{2}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{14}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12-14+5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

S6. Exercicis: pàg. 143, ex.1, 2, 4, 5.

7. SUMA I RESTA DE FRACCIONS AMB PARÈNTESIS

Exemple: Calcula

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{6}{15} + \frac{5}{15}\right) + \left(\frac{2}{10} - \frac{5}{10}\right) = \frac{11}{15} + \left(-\frac{3}{10}\right) = \frac{11}{15} - \frac{3}{10} = \frac{22}{30} - \frac{9}{30} = \frac{13}{30}$$

S7. Exercicis: pàg. 146, ex.1: pàg. 149, ex. 17.

8. MULTIPLICACIÓ I DIVISIÓ DE FRACCIONS

8.1. MULTIPLICACIÓ

Per **MULTIPLICAR FRACCIONS** es multiplica numerador per numerador i denominador per denominador.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exemple: Calcula

a. $\frac{2}{7} \cdot (-3) = \frac{-6}{7}$

$$\text{b. } \frac{-2}{7} \cdot \frac{-2}{3} = +\frac{4}{21}$$

8.2. DIVISIÓ

Per **DIVIDIR FRACCIONS** es multipliquen els termes creuats.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Exemple: Calcula

$$\text{a. } \frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{21}$$

$$\text{b. } \frac{2}{7} : \frac{-2}{3} = -\frac{6}{14} = -\frac{3}{7}$$

S8. Exercicis: pàg. 145, ex. 2, 4, 5, 6; pàg. 149, ex. 16.

9. OPERACIONS COMBINADES

Exemple 1: Calcula

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Exemple 2: Calcula

$$\frac{2}{5} : \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{10} \right) = \frac{2}{5} : \left(\frac{5}{10} - \frac{3}{10} \right) = \frac{2}{5} : \frac{2}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

Exemple 3: Calcula

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{3}{12} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

S9. Exercicis: pàg. 146, ex. 2; pàg. 149, ex. 23. (pàg. 149, ex. 20)

S10. Repàs. Exercicis: Fitxa *Operacions amb fraccions*

10. PROBLEMES

10.1 SUMA DE FRACCIONS

Exemple 1: Cora i Daniel entren en un restaurant italià i demanen una pizza. Cora pren la meitat i Daniel la tercera part. Quina fracció de la pizza s'han menjat?

$$\text{Cora} + \text{Daniel} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Exemple 2: En extraescolars, un terç dels xics i les xiques de la meua classe s'han apuntat a bàsquet, un quart a ballet i la resta a judo. Quina fracció de la classe es va apuntar a judo?

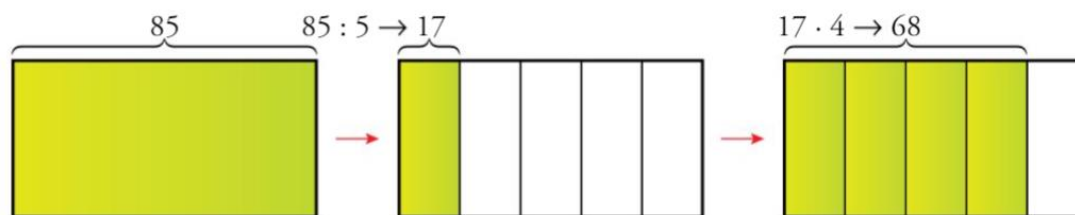
$$\text{Bàsquet} + \text{ballet} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{Judo} = \frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

S11. Exercicis: (pàg. 147, ex. 1, 2, 3, 4); pàg. 150, ex. 28, 29, 30, 31, 32; pàg. 151, ex. 37, 38, 39.

10.2 FRACCIÓ D'UNA QUANTITA. Problema Directe

Exemple: En una carrera de fons, van a eixir 85 corredors o corredores, però només quatre de cada cinc arribaren a meta. Quants corredors i corredores van completar la carrera?



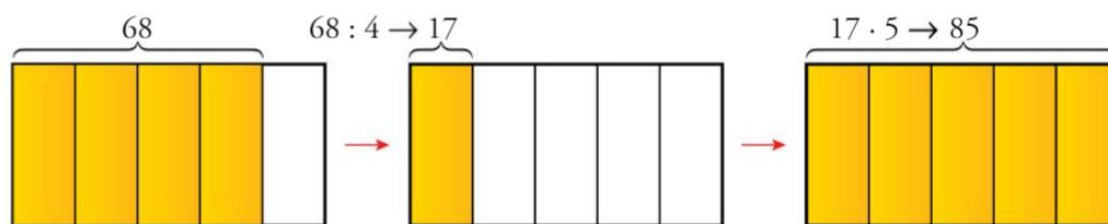
$$\frac{4}{5} \text{ de } 85 = (85 : 5) \cdot 4 = 68$$

Van arribar a la meta 68 corredors i corredores.

S12. Exercicis: pàg. 132, ex. 2, 5; pàg. 134, ex. 29, 31; pàg. 137, ex. 13

10.3 FRACCIÓ D'UNA QUANTITAT. Problema Invers

Exemple: Un hotel té 68 habitacions ocupades, que representen quatre cinques parts del total. Quantes habitacions té en total?



$$\frac{4}{5} \text{ del total} = 68 \rightarrow \text{Total} = (68:4) \cdot 5 = 85$$

L'hotel té, en total, 85 habitacions.

S13. Exercicis: pàg. 132, ex. 3, 4, 5; pàg. 135, ex. 42; pàg. 137, ex. 14.

S14. Repàs. Exercicis: Fitxa *Problemes de fraccions*

S15. Exercicis: Pre-Examen 6. Fraccions