TEMAS 3 Y 4. TRIGONOMETRÍA

1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

1.1 DEFINICIONES

Las **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS** del ángulo α son:

$\operatorname{sen} \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$

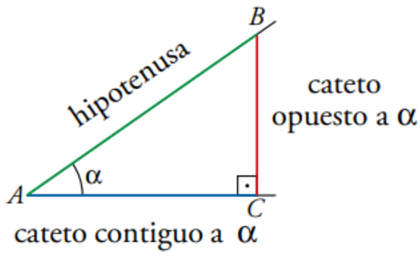
$\cos \alpha = \frac{catento\ contiguo}{lhipotenusa}$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo}$

$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{1}{sen\alpha}$

$\sec \alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ contiguo} = \frac{1}{cos\alpha}$

$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{cateto\ contiguo}{cateto\ opuesto} = \frac{1}{tg\alpha}$



1.2 RELACIONES FUNDAMENTALES

A partir de estas definiciones se deducen dos **RELACIONES FUNDAMENTALES**:

1. $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$
2. $tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

Ejemplos:

a) Sabiendo que $sen\alpha = \frac{4}{5}$, calcula $sin\alpha$ y $tg\alpha$.

1º Utilizamos la primera igualdad para obtener $cos\alpha$:

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \frac{16}{25} + cos^2\alpha = 1$$

$$cos^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} \rightarrow cos^2\alpha = \frac{9}{25} \rightarrow cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

(Tomamos el signo positivo porque se trata de un ángulo agudo, y por tanto del primer cuadrante)

Clara Benedicto Baldonado

2º Utilizamos la segunda igualdad para obtener $tg\alpha$.

$$tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} \rightarrow tg\alpha = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

b) Sabiendo que $tg\alpha = 3$, calcula $sin\alpha$ y $cos\alpha$.

Utilizando la primer y la segunda igualdad obtener un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{sin\alpha}{cos\alpha} \rightarrow 3 = \dfrac{sin\alpha}{cos\alpha} \rightarrow 3 = \dfrac{x}{y} \rightarrow 3y = x \\ sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Sustituimos la primera ecuación en la segunda:

$$(3y)^2 + y^2 = 1 \rightarrow 9y^2 + y^2 = 1 \rightarrow 10y^2 = 1 \rightarrow y^2 = \frac{1}{10} \rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{1}{10}}$$
$$= \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$x = 3y \rightarrow x = 3 \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$sin\alpha = 0{,}89$ i $cos\alpha = 0{,}45$

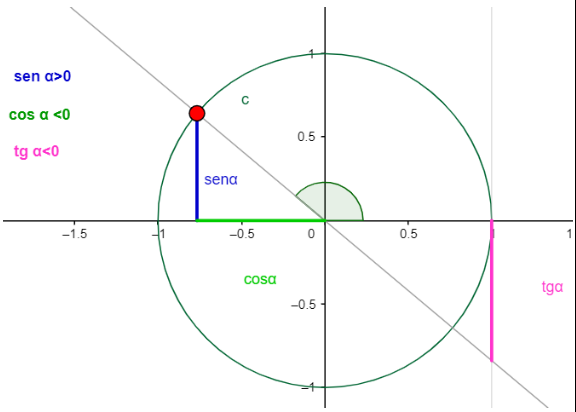
S1. Ejercicios: pág. 79, ej. 3, 4; pág. 91, ej. 15, 16, 17, 18.

Clara Benedicto Baldonado

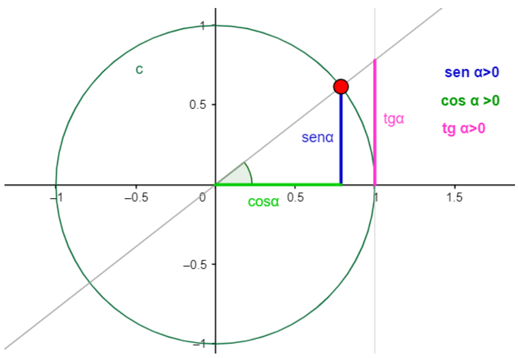
2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE CUALQUIER ÁNGULO

2.1 **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 0 A 360** *(Actividad Geogebra)*

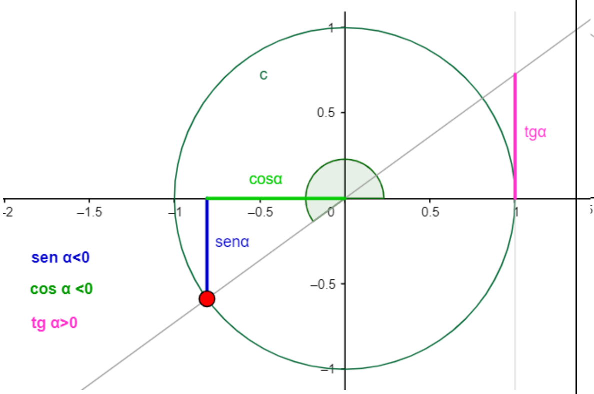
Segundo cuadrante



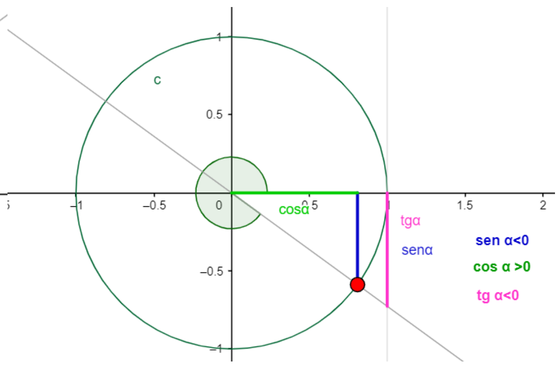
Primer cuadrante



Tercer cuadrante



Cuarto cuadrante

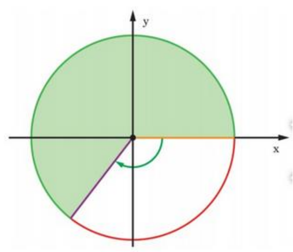


2.2 **ÁNGULOS MAYORES QUE 360** (*Actividad Geogebra)*

$$\begin{array}{ll}\alpha & :360 \\ \beta & \quad n\end{array} \rightarrow \alpha = 360° \cdot n + \beta \rightarrow \begin{cases} sen\alpha = sen\beta \\ cos\alpha = cos\beta \\ tg\alpha = tg\beta \end{cases}$$

2.3 **ÁNGULOS MENORES QUE 0** *(Actividad de Geogebra)*

$$\alpha < 0 \rightarrow \begin{cases} sen\alpha = sen(360° + \alpha) \\ cos\alpha = cos(360° + \alpha) \\ tg\alpha = tg(360° + \alpha) \end{cases}$$



Ejemplo 1: Pasa estos ángulos al intervalo $(0, 360°)$ y di el signo de sus razones trigonométricas:

a) $1175° = 360 \cdot 3 + 95 \rightarrow 2º\ cuadrante \rightarrow sen\alpha+, cos\alpha-, tg\alpha -$

b) $-120° = 360 - 120 = 240 \rightarrow 3º\ cuadrante \rightarrow sen\alpha-, cos\alpha-, tg\alpha +$

Ejemplo 2: Explica en que cuadrante está el ángulo α y calcula las razones trigonométricas que faltan:

$cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\alpha > 90°$

Como $cos\alpha > 0$ y $\alpha > 90$ se trata del cuarto cuadrante y entonces $sen\alpha-, tg\alpha -$

Aplicamos la primera relación fundamental:

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \frac{3}{4} + cos^2\alpha = 1$$

$$sen^2\alpha = 1 - \frac{3}{4} \rightarrow sen^2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow sen\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

Utilizamos la segunda relación para calcular $tg\alpha$.

$$tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} \rightarrow tg\alpha = -\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

S2. Ejercicios: pág. 81, ej. 7, 8, 9; pág. 91, ej. 26, 28, 29, 32.

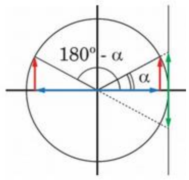
3. REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

3.1 ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS (α y $90-\alpha$)

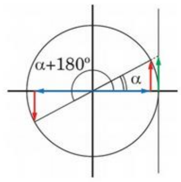
$$\begin{cases} sen(90-\alpha) = cos\alpha \\ \cos(90-\alpha) = sen\alpha \\ tg(90-\alpha) = \dfrac{1}{tg\alpha} \end{cases}$$

3.2 ÁNGULOS SUMPLEMENTARIOS (α y $180-\alpha$)

$$\begin{cases} sen(180-\alpha) = sen\alpha \\ \cos(180-\alpha) = -\,cos\alpha \\ tg(180-\alpha) = -tg\alpha \end{cases}$$

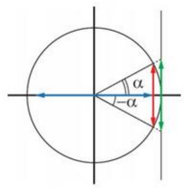


3.3 ÁNGULOS CUYA DIFERENCIA ES 180 (α y $180+\alpha$)



$$\begin{cases} sen(180+\alpha) = -sen\alpha \\ \cos(180+\alpha) = -\,cos\alpha \\ tg(180+\alpha) = tg\alpha \end{cases}$$

3.4 ÁNGULOS OPUESTOS (α y $-\alpha$)



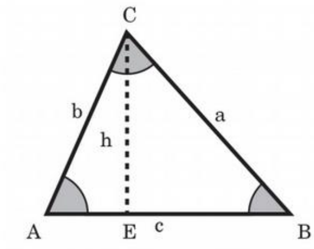
$$\begin{cases} sen(-\alpha) = -sen\alpha \\ \cos(-\alpha) = cos\alpha \\ tg(-\alpha) = -tg\alpha \end{cases}$$

Ejemplos: Si sabemos que $sen50° = 0{,}77$ calcula las razones trigonométricas sin hacer uso de la calculadora:

a) $cos40 = sen(90-40) = sen50 = 0{,}77$
b) $sen130 = sen\ (180-50) = sen(50) = 0.77$
c) $cos220 = \cos(180+40) = -\cos(40) = -0.77$
d) $sen(-50) = -sen50 = -0.77$
e) $cos(320) = \cos(360-40) = \cos(40) = 0.77$

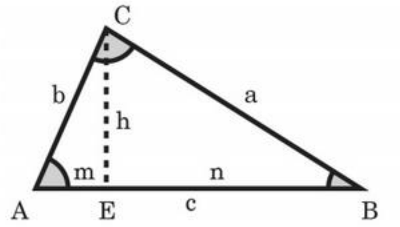
S3. Ejercicios: pág. 92, ej. 41, 43, 44.

4. TEOREMA DE LOS SENOS



$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$

5. TEOREMA DEL COSENO



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cosC$$

6. RESOLUCIÓN DE TRIANGULOS

RESOLVER UN TRIÁNGULO es calcular los elementos desconocidos (lados y ángulos) a partir de unos valores conocidos.

CASO 1. Conocemos los tres lados

- Aplicamos dos veces el teorema del coseno para calcular dos ángulos.
- Calculamos el tercer ángulo sabiendo que la suma de los ángulos de un triángulo son 180.

Ejemplo: Resuelve el triángulo del que conocemos $a = 16, b = 13, c = 18$.

1º Aplicamos el teorema del coseno.

$$18^2 = 16^2 + 13^2 - 2 \cdot 16 \cdot 13 \cos C$$

$$\rightarrow 324 = 256 + 169 - 416 \cos C \rightarrow \cos C = \frac{101}{416} \rightarrow$$

$$C = cos^{-1}\left(\frac{101}{416}\right) = 75{,}95° = 75°56'56''$$

2º Aplicamos de nuevo el teorema del coseno.

$$16^2 = 18^2 + 13^2 - 2 \cdot 18 \cdot 13 \cos A$$

$$\rightarrow 256 = 324 + 169 - 468 \cos A \rightarrow \cos A = \frac{237}{468} \rightarrow$$

$$A = cos^{-1}\left(\frac{237}{468}\right) = 59{,}57°$$

3º Calculamos el tercer ángulo sabiendo que la suma de los tres ángulos son 180.

$$B = 180 - 75{,}95° - 59{,}57° = 44.48°$$

S4. Ejercicios: pág. 86, ej. 14 a; pág. 92, ej. 45 a.

CASO 2: Conocemos dos ángulos y un lado

- Calculamos el tercer ángulo sabiendo que la suma de los tres ángulos es 180.
- Aplicamos el teorema de los senos para calcular los lados desconocidos.

Ejemplo: Resuelve el triángulo del que conocemos $a = 15, A = 45°, C = 30°$.

1º Calculamos el tercer ángulo.

$$B = 180 - 45 - 30 = 105°$$

2º Aplicamos el teorema de los senos para calcular un lado.

$$\frac{15}{sen\ 45} = \frac{b}{sen\ 105} \rightarrow b = \frac{15 \cdot sen105}{sen45} = 20{,}49$$

3º Aplicamos de nuevo el teorema de los senos para calcular el tercer lado.

$$\frac{15}{sen\ 45} = \frac{c}{sen\ 30} \rightarrow c = \frac{15 \cdot sen30}{sen45} = 10{,}61$$

S5. Ejercicios: pág. 86, ej. 14 b; pág. 92, ej. 45 d.

CASO 3: Conocemos dos lados y un ángulo

3.1 Dos lados y el ángulo comprendido.

- Aplicamos el teorema del coseno para calcular el tercer lado.
- Aplicamos el teorema de los senos para calcular uno de los ángulos desconocidos. (Cuidado. Al aplicar el teorema de los senos puede haber dos soluciones, pues entre 0 y 180 hay dos ángulos con el mismo seno)
- Calculamos el tercer ángulo aplicando la suma de los ángulos igual a 180.

Ejemplo: Resuelve el triángulo del que conocemos $a = 17, b = 32, C = 40°$.

1º Aplicamos el teorema del coseno para calcular el lado desconocido.

$$c^2 = 17^2 + 32^2 - 2 \cdot 17 \cdot 32 \cdot \cos 40 \rightarrow$$

$$c^2 = 289 + 1024 - 1088 \cdot \cos 40 \rightarrow c^2 = 479{,}5 \rightarrow c = 21.9$$

2º Aplicamos el teorema de los senos para calcular uno de los ángulos desconocidos.

$$\frac{17}{senA} = \frac{21{,}9}{sen\ 40} \rightarrow senA = \frac{17 \cdot sen40}{21{,}9} \rightarrow A = 29{,}9$$

(Comprobamos que no existe una segunda solución $180 - 29{,}9 = 150{,}1 \ \rightarrow\ 150{,}1 + 40 = 190{,}1 > 180$)

3º Calculamos el tercer ángulo.

$$B = 180 - 40 - 29{,}9 = 110{,}1°$$

3.2 Dos lados y un ángulo diferente.

- Aplicamos el teorema de los senos para calcular uno de los ángulos desconocidos. (Cuidado. Al aplicar el teorema de los senos puede haber dos soluciones, pues entre 0 y 180 hay dos ángulos con el mismo seno)
- Calculamos el tercer ángulo aplicando la suma de los ángulos igual a 180.
- Aplicamos el teorema del coseno para calcular el lado desconocido.

Ejemplo: Resuelve el triángulo del que conocemos $a = 10, b = 14, A = 45°$.

1º Aplicamos el teorema de los senos.

$$\frac{10}{sen45} = \frac{14}{sen\ B} \rightarrow senB = \frac{14 \cdot sen45}{10} \rightarrow B = 81{,}87°$$

(Comprobamos que no existe una segunda solución $180 - 81{,}87 = 98{,}13 \ \rightarrow \ 98{,}13 + 45 = 143{,}13 < 180$, dos soluciones)

2º Resolvemos los dos triángulos por separado.

Si $B = 81{,}87\ ° \rightarrow C = 180 - 45 - 81{,}87 \ = 53{,}13°$

$$c^2 = 10^2 + 14^2 - 2 \cdot 10 \cdot 14 \cdot \cos 53{,}13 \rightarrow$$

$$c^2 = 128 \rightarrow c = 11{,}31$$

Si $B = 98{,}13° \rightarrow C = 180 - 45 - 98{,}13 = 36{,}87°$

$$c^2 = 10^2 + 14^2 - 2 \cdot 10 \cdot 14 \cdot \cos 36{,}87 \rightarrow$$

$$c^2 = 72 \rightarrow c = 8{,}49$$

S6. Ejercicios: pág. 86, ej. 14 c, d; pág. 92, ej. 45 b, c.

7. PROBLEMAS.

S7. Ejercicios: pág. 93, ej. 50, 57, 58, 60, 62.

8. SUMA Y DIFERENCIA DE ÁNGULOS

8.1 SUMA DE DOS ÁNGULOS

$$sen\ (\alpha + \beta) = sen\alpha \cdot cos\beta + sen\beta \cdot cos\alpha$$

$$cos\ (\alpha + \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta - sen\alpha \cdot sen\beta$$

$$tg\ (\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$$

8.2 RESTA DE DOS ÁNGULOS

$$sen\ (\alpha - \beta) = sen\alpha \cdot cos\beta - sen\beta \cdot cos\alpha$$

$$cos\ (\alpha - \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta + sen\alpha \cdot sen\beta$$

$$tg\ (\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}$$

Ejemplos: A partir de las razones trigonométricas de 30° y 45°, calcula las siguientes razones trigonométricas:

a) $sen(75) = sen(45+30) = sen45 \cdot cos30 + cos45 \cdot sen30 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

b) $cos(75) = \cos(45+30) = cos45 \cdot cos30 - sen45 \cdot sen30 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

c) $tg(75) = tg(45+30) = \frac{tg45+tg30}{1-tg45 \cdot tg30} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3+\sqrt{3}}{3}}{\frac{3-\sqrt{3}}{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{12+6\sqrt{3}}{6} = 2+\sqrt{3}$

d) $sen(15) = sen(45-30) = sen45 \cdot cos30 - sen30 \cdot cos45 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

e) $cos(15) = \cos(45-30) = cos45 \cdot cos30 + sen45 \cdot sen30 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

f) $tg(15) = tg(45-30) = \frac{tg45-tg30}{1+tg45 \cdot tg30} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}{\frac{3+\sqrt{3}}{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{12-6\sqrt{3}}{6} = 2-\sqrt{3}$

S8. Ejercicios: pág. 100, ej. 1, 2; pág. 111, ej. 14, 15, 16.

9. RAZONES DEL ÁNGULO DOBLE

$$sen\ 2\alpha = 2sen\alpha \cdot cos\alpha$$

$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sen^2\alpha$$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Ejemplos: Obtén las razones trigonométricas de 120°a partir de las de 60°.

$$sen\ 120 = sen(2 \cdot 60) = 2se60 \cdot cos60 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos120 = \cos(2 \cdot 60) = cos^2 60 - sen^2 60 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$tg120 = tg(2 \cdot 60) = \frac{2tg60}{1 - tg^2 60} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{1 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$$

S9. Ejercicios: pág. 101, ej. 3, 4; pág. 111, ej. 24, 25. (pág. 111, ej. 22, 23)

10. IDENTIDADES

CASO 1. UNO DE LOS MIEMBROS ES MUY SENCILLO

Se modifica uno de los miembros hasta alcanzar el otro.

Ejemplo: Demuestra $\frac{sen2\alpha \cdot cos2\alpha}{cos\alpha + sen\alpha} : \frac{cos\alpha - sen\alpha}{tg\alpha} = 2sen^2\alpha$

$$\frac{sen2\alpha \cdot cos2\alpha}{cos\alpha + sen\alpha} : \frac{cos\alpha - sen\alpha}{tg\alpha} = \frac{sen2\alpha \cdot cos2\alpha \cdot tg\alpha}{(cos\alpha + sen\alpha) \cdot (cos\alpha - sen\alpha)}$$

$$= \frac{(2sen\alpha \cdot cos\alpha) \cdot (cos^2\alpha - sen^2\alpha) \cdot tg\alpha}{cos^2\alpha - sen^2\alpha} = 2sen\alpha \cdot cos\alpha \cdot tg\alpha$$

$$= 2sen\alpha \cdot cos\alpha \cdot \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = 2sen^2\alpha$$

CASO 2. LA INFORMACIÓN SE MUESTRA EQUILIBRADA

Se modifican ambos miembros al mismo tiempo utilizando "sí y solo sí".

Ejemplo: Demuestra $\frac{sec2x\cdot(cosx+senx)}{1+tg^2x}=\frac{cos^2x}{cosx-senx}$

$$sec2x\cdot(cosx+senx)\cdot(cosx-senx)=cos^2x\cdot(1+tg^2x)\leftrightarrow$$

$$\frac{1}{cos2x}\cdot(cos^2x-sen^2x)=cos^2x\cdot\left(1+\frac{sen^2x}{cos^2x}\right)\leftrightarrow$$

$$\frac{1}{cos2x}\cdot\cos 2x=cos^2x\cdot\left(\frac{cos^2x+sen^2x}{cos^2x}\right)\leftrightarrow$$

$$1=cos^2x\cdot\left(\frac{1}{cos^2x}\right)\leftrightarrow 1=1$$

S10. Ejercicios: pág. 104, ej. 9; pág. 112, ej. 34, 35.

11. ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

11. 1 DIRECTAS

Ejemplo: Calcula el ángulo o ángulos que cumplen $sen\left(\frac{\alpha+\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

1º Determinamos que ángulos en radianes cumplen que $senx=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$x=sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\pi}{3}$$

Pero como $sen\ x=sen(180-x)=sen\ (\pi-x)\rightarrow x=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

2º Despejamos el valor de α para las dos soluciones.

$$\frac{\alpha+\pi}{4}=\frac{\pi}{3}\rightarrow\alpha+\pi=\frac{4\pi}{3}\rightarrow\alpha=\frac{4\pi}{3}-\pi\rightarrow\alpha=\frac{\pi}{3}$$
$$\frac{\alpha+\pi}{4}=\frac{2\pi}{3}\rightarrow\alpha+\pi=\frac{8\pi}{3}\rightarrow\alpha=\frac{8\pi}{3}-\pi\rightarrow\alpha=\frac{5\pi}{3}$$

11.2 SACANDO FACTOR COMÚN

Ejemplo: Resuelve la ecuación $senx + senx \cdot cosx = 0$

1ºSacamos factor común.

$$senx + senx \cdot cosx = 0 \rightarrow senx(1 + cosx) = 0$$

2º Igualamos ambos factores a cero y resolvemos las dos ecuaciones.

$$senx = 0 \rightarrow \boldsymbol{x} = 0 \; y \; senx = sen(180 - x) \rightarrow x = 180 - 0 = 180$$
$$1 + cosx = 0 \rightarrow cosx = -1 \rightarrow x = 180 \; y \; cosx = \cos(-x) \rightarrow x = 360 - 180 = 180$$

S11. Ejercicios: pág. 105, ej. 10; pág. 112, ej. 37, 38.

11.3 USANDO LAS RELACIONES FUNDAMENTALES

Ejemplo 1: Calcula el ángulo o ángulos que cumplen $cos\alpha = -sen\alpha$

$$cos\alpha = -sen\alpha \rightarrow 1 = -\frac{sen\alpha}{cos\alpha} \rightarrow 1 = -tg\alpha \rightarrow tg\alpha = -1 \rightarrow$$
$$\alpha = -45 = 360 + (-45) = 315 \; y \; tg\alpha = tg(180 + \alpha) \rightarrow \alpha = 180 + (-45) = 135$$

Ejemplo 2: Resuelve la ecuación $sen\alpha + cos^2\alpha = -1$

1º Aplicamos la relación $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ para expresar la ecuación en función de una única razón trigonométrica.

$$sen\alpha + cos^2\alpha = -1 \rightarrow sen\alpha + (1 - sen^2\alpha) = -1 \rightarrow -sen^2\alpha + sen\alpha + 2 = 0$$

2º Resolvemos la ecuación de segundo grado.

$$sen\alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-2} = \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix}$$

3º Obtenemos los ángulos para las dos soluciones:

$$sen\alpha = 2 \rightarrow \nexists$$
$$sen\alpha = -1 \rightarrow \alpha = 270 \; y \; sen\alpha = sen(180 - \alpha) \rightarrow \alpha = 180 - 270 = -90 = 360 - 90 = 270$$

Clara Benedicto Baldonado

11.4 APLICANDO LAS FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

Ejemplo: Resuelve la ecuación $sen\ 2x = senx$

1º Aplicamos la fórmula de ángulo doble.

$$sen\ 2x = senx \rightarrow 2senx \cdot cosx = senx \rightarrow 2senx \cdot cosx - senx = 0$$

2º Sacamos factor común:

$$senx(2cosx - 1) = 0 \rightarrow$$

$$senx = 0 \rightarrow \alpha = 0\ y\ \alpha = 180 - 0 = 180$$

$$2cosx - 1 = 0 \rightarrow 2\ cosx = 1 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 60\ y\ cosx = \cos(-x) \rightarrow x = 360 - 60 = 300$$

S12. Ejercicios: pág. 106, ej. 11; pág. 107, ej. 13; pág. 112, ej. 39 a, b, d, 42 a, d.

S13. Ejercicios: Repaso (Razones trigonométricas)

S14. Ejercicios: Repaso (Identidades+ Ecuaciones trigonométricas)

S15. Ejercicios: Repaso (Resolución de triángulos + Problemas)

S16. Ejercicios: Pre-Examen 3. Trigonometría