

# TEMA 5. LENGUAJE ALGEBRAICO

## 1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos: Describe mediante una expresión algebraica.

- a. Un número más tres.  $x + 3$
- b. Un número aumentado en dos unidades.  $x + 2$
- c. Un número disminuido en cinco unidades.  $x - 5$
- d. La suma de dos números diferentes.  $x + y$
- e. La diferencia de dos números diferentes.  $x - y$
- f. El resultado de restarle tres unidades a un número.  $x - 3$
- g. Mi edad hace 7 años.  $x - 7$
- h. Mi edad dentro de 6 años.  $x + 6$
- i. El doble de un número.  $2x$
- j. El triple de un número aumentado en dos.  $3x + 2$
- k. La mitad de un número.  $x/2$
- l. La tercera parte de un número menos su quinta parte.  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5}$
- m. Un múltiplo de 7.  $7x$
- n. El 20% de un número.  $\frac{20}{100}x = 0.2x$
- o. Un número aumentado un 30%.  $x + \frac{30}{100}x = x + 0.3x = 1.3x$
- p. Un número disminuido un 40%.  $x - \frac{40}{100}x = x - 0.4x = 0.6x$
- q. El producto de dos números diferentes.  $x \cdot y$
- r. El cociente de dos números diferentes.  $\frac{x}{y}$
- s. Un número al cuadrado.  $x^2$
- t. El cubo de un número.  $x^3$
- u. La suma de dos números consecutivos.  $x + (x + 1)$
- v. El producto de tres números consecutivos.  $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$

**S1: Ejercicios: pág. 108, ej. 1 a-c; pág. 118, ej. 1, 2, 3.**

## 2. MONOMIOS

Un **MONOMIO** es el producto de un número (**COEFICIENTE**) por una o varias letras (**PARTE LITERAL**).

Ejemplo:  $-3xy^2$

COEFICIENTE= $-3$

PARTE LITERAL:  $xy^2$

### 2.1 SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

SUMAMOS/RESTAMOS LOS COEFICIENTES de los monomios semejantes, es decir, CON la MISMA PARTE LITERAL.

Ejemplo: Reduce.

a.  $-7x + 3y - 2x - 5y = -9x - 2y$

b.  $-2x^2 + 3x - 5x + 6x^2 = 4x^2 - 2x$

c.  $3xy - 2xy^2 + 5yx - 3x^2y = -3x^2y - 2xy^2 + 8xy$

### 2.2 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE MONOMIOS

1º Aplicamos la regla de signos.

$$(+)\cdot(+)=+ \quad (+)\cdot(-)=- \quad (-)\cdot(+)= - \quad (-)\cdot(-)=+$$

2º Multiplicamos/dividimos los coeficientes y sumamos/restamos los exponentes de la parte literal.

Ejemplos: Efectúa las siguientes operaciones.

a.  $(-7xy^2)\cdot(+3x^2y^3) = -21x^3y^5$

b.  $(-30x^3y^2z):(-6xyz) = +5x^2y$

c.  $\left(\frac{3}{4}ab\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}a^4\right) = -\frac{3}{20}a^5b$

d.  $\frac{3a^4b}{6a^2b^3} = \frac{a^2}{2b^2}$

**S2: Ejercicios: pág. 109, ej. 2, 3, 4; pág. 118, ej. 6, 7.**

### 3. POLINOMIOS

Un **POLINOMIO** es la suma o resta de uno o más monomios.

#### 3.1 SUMA DE POLINOMIOS

Agrupamos los monomios semejantes.

Ejemplo: Calcula:

$$\begin{aligned} & (6x^2 - 4x + 1) + (x^3 + 2x^2 - 3x - 11) \\ & = 6x^2 - 4x + 1 + x^3 + 2x^2 - 3x - 11 = x^3 + 8x^2 - 7x - 10 \end{aligned}$$

#### 3.2 RESTA DE POLINOMIOS

1º Cambiamos el signo de TODOS los monomios del sustraendo.

2º Agrupamos los monomios semejantes.

Ejemplo: Calcula:

$$\begin{aligned} & (6x^2 - 4x + 1) - (x^3 + 2x^2 - 3x - 11) = 6x^2 - 4x + 1 - x^3 - 2x^2 + 3x + 11 \\ & = -x^3 + 4x^2 - x + 12 \end{aligned}$$

#### 3.3 MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO

Multiplicamos el monomio por TODOS los monomios del polinomio.

Ejemplos: Calcula:

$$\text{a) } (3x^2) \cdot (x^3 - 2x - 1) = 3x^5 - 6x^3 - 3x^2$$

$$\text{b) } 2x \cdot (x^2 - 3) - 3x^2 \cdot (x + 5) = 2x^3 - 6x - 3x^3 - 15x^2 = -x^3 - 15x^2 - 6x$$

**S3. Ejercicios: pág. 110, ej. 2; pág. 118, ej. 8, 9, 10.**

### 3.4 MULTIPLICACIÓN DE DOS POLINOMIOS

1º Multiplicamos TODOS los monomios del primer polinomio por TODOS los monomios del segundo polinomio.

2º Agrupamos los monomios semejantes.

Ejemplo 1: Calcula:

$$\begin{aligned}(5x^3 - 2x^2 - 1) \cdot (6x - 3) &= 30x^4 - 15x^3 - 12x^3 + 6x^2 - 6x + 3 = \\ &= 30x^4 - 27x^3 + 6x^2 - 6x + 3\end{aligned}$$

Ejemplo 2: Calcula:

$$\begin{aligned}(x^2 - 8x - 1) \cdot (3x + 4) - 3 \cdot (2x^3 - x^2 - 5) &= \\ = 3x^3 + 4x^2 - 24x^2 - 32x - 3x - 4 - 6x^3 + 3x^2 + 15 &= \\ = -3x^3 + 17x^2 - 35x + 11\end{aligned}$$

**S4. Ejercicios: pág. 118, ej. 11, 12; pág. 119, ej. 21.**

### 3.5 PRODUCTOS NOTABLES

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ejemplos: Desarrolla:

a)  $(5x - 3)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 3 + 3^2 = 25x^2 - 30x + 9$

b)  $(2 + 4x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4x + (4x)^2 = 4 + 16x + 16x^2$

c)  $\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - x^2 = \frac{1}{4} - x^2$

d)  $(x^2 + 2)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2 + 2^2 = x^4 + 4x^2 + 4$

**S5. Ejercicios: pág. 111, ej. 5, 6; pág. 118, ej. 13, 14.**

### 3.6 OPERACIONES COMBINADAS

Ejemplo 1: Calcula:

$$3x(2x - 1) - x(x - 2)^2 - (x - 1)(x + 1) =$$

1º Productos notables  $= 3x(2x - 1) - x(x^2 - 4x + 4) - (x^2 - 1) =$

2º Multiplicamos  $= 6x^2 - 3x - x^3 + 4x^2 - 4x - x^2 + 1 =$

3º Agrupamos  $= -x^3 + 9x^2 - 7x + 1$

Ejemplo 2: Calcula:

$$\frac{x \cdot (x - 3)}{2} + \frac{x \cdot (x + 2)}{4} - \frac{(3x + 2)^2}{8} =$$

1º Operamos los numeradores.

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2 - 3x}{2} + \frac{x^2 + 2x}{4} - \frac{(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2}{8} = \\ &= \frac{x^2 - 3x}{2} + \frac{x^2 + 2x}{4} - \frac{9x^2 + 12x + 4}{8} = \end{aligned}$$

2º Reducimos a común denominador.

$$\begin{aligned} &= \frac{4 \cdot (x^2 - 3x)}{8} + \frac{2 \cdot (x^2 + 2x)}{8} - \frac{1 \cdot (9x^2 + 12x + 4)}{8} = \\ &= \frac{4x^2 - 12x + 2x^2 + 4x - 9x^2 - 12x - 4}{8} \end{aligned}$$

3º Agrupamos

$$= \frac{-3x^2 - 20x - 4}{8}$$

**S6. Ejercicios: pág. 113, ej. 7, 9.**

### 3.7 DIVISIÓN DE POLINOMIOS

**Ejemplo:** Calcula  $(3x^3 + 5x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 3x + 2)$

<p>1º Colocamos el dividendo dejando huecos para los términos que falten.</p> <p>2º Dividimos el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. El resultado será el primer término del cociente.</p>	$\begin{array}{r} 3x^4 \quad +5x^3 \quad -2x \quad +3 \\ -3x^4 \quad +9x^3 \quad -6x^2 \\ \hline / \quad 14x^3 \quad +6x^2 \quad -2x \quad +3 \\ -14x^3 \quad +42x^2 \quad -28x \\ \hline / \quad 36x^2 \quad -30x \quad +3 \\ 36x^2 \quad +108x \quad -72 \\ \hline / \quad 78x \quad -69 \end{array}$	$x^2 - 3x + 2$
		$3x^2 + 14x + 36$

$$3x^4 : x^2 = 3x^2$$

$$14x^3 : x^2 = 14x$$

$$36x^2 : x^2 = 36$$

3º Multiplicamos este término por el divisor y colocamos el resultado CAMBIADO DE SIGNO bajo el dividendo.

$$3x^2 \cdot x^2 = 3x^4$$

$$3x^2 \cdot (3x) = -9x^3$$

$$3x^2 \cdot 2 = 6x^2$$

$$14x \cdot x^2 = 14x^2$$

$$14x \cdot (-3x) = -42x^2$$

$$14x \cdot 2 = 28x$$

$$36 \cdot x^2 = 36x^2$$

$$36x \cdot (-3x) = -108x$$

$$36 \cdot 2 = 72$$

4º Sumamos.

5º Repetimos el proceso hasta que el grado del resto sea menor que el grado del cociente.

**S7. Ejercicios: pág. 116, ej. 1; pág. 119, ej. 25.**

### 3.8 DIVISIÓN POR RUFFINI

Para dividir un polinomio por  $(x - a)$  o  $(x + a)$  podemos utilizar la regla de Ruffini.

Ejemplo: Realiza la división utilizando la regla de Ruffini.

$$(5x^4 - 41x^2 + 17x - 4) : (x - 3)$$

1º Colocamos los coeficientes del dividendo y el OPUESTO del divisor.

2º Bajamos el primer número.

3º Multiplicamos en diagonal.

4º Sumamos el vertical.

5º Añadimos las letras.

	5	0	-41	17	-41
+3					
	15	45	12	87	
	5x <sup>3</sup>	+15x <sup>2</sup>	+4x	+29	46

Cociente:  $5x^3 + 15x^2 + 4x + 29$

Resto: 46

**S8. Ejercicios: pág. 116, ej. 2; pág. 119, ej. 18.**

### 3.9 FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

FACTORIZAR un polinomio es descomponerlo en producto de polinomios del menor grado posible. Para factorizar polinomios:

1º Extraemos factor común.

2º Transformamos en productos notables.

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Ejemplo 1: Extrae factor común.

a)  $3xy + 6x^2z + 9xyz = 3 \cdot x \cdot y + 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot z + 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot z =$   
 $= 3x \cdot (y + 2xz + 3yz)$

b)  $\frac{5}{2}xy^2 - \frac{3}{2}x^2y + \frac{7}{2}x^2y^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot y - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y =$   
 $= \frac{1}{2}xy \cdot (5y - 3x + 7xy)$

c)  $3x(x + 1) - x^2(x + 1) + 5(x + 1) = (x + 1) \cdot (3x - x^2 + 5)$

Ejemplo 2: Factoriza.

a)  $x^2 + 2x + 1$

$$x^2 = a^2 \rightarrow a = x; 1 = b^2 \rightarrow b = 1; 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot x \cdot 1 = 2x$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

b)  $9x^4 - 12x^3 + 4x^2$

$$9x^4 = a^2 \rightarrow a = 3x^2; 4x^2 = b^2 \rightarrow b = 2x; 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot 3x^2 \cdot 2x = 12x^3$$

$$9x^4 - 12x^3 + 4x^2 = (3x^2 - 2x)^2$$

c)  $4x^2 - 25x^4$

$$4x^2 = a^2 \rightarrow a = 2x; 25x^4 = b^2 \rightarrow b = 5x^2$$

$$4x^2 - 25x^4 = (2x + 5x^2) \cdot (2x - 5x^2)$$

d)  $3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4) = 3x(x + 2)(x - 2)$

$$x^2 = a^2 \rightarrow a = x; 4 = b^2 \rightarrow b = 2$$

$$x^2 - 4 = (x + 2) \cdot (x - 2)$$

**S9. Ejercicios: pág. 113, ej. 4, 5; pág. 118, ej. 15. (pág. 119, ej. 22, 23, 24)**

**S10. Ejercicios: Repaso. Ficha *Operaciones con monomios y polinomios*.**

**S11. Ejercicios: Repaso. Ficha *División de polinomios*.**

**S12. Ejercicios: Repaso. Ficha *Factorización de polinomios*.**

**S13. Ejercicios: Repaso. Pre-Examen 3. Lenguaje algebraico.**