# TEMA 2. POTENCIAS Y RAÍCES

## 1. POTENCIAS

### 1.1 PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

1. $a^0 = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$
5. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
6. $a^m : a^n = a^{m-n}$
7. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
8. $a^n : b^n = (a : b)^n$
9. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Además,

- $(-a)^{PAR} = +a^{PAR}$
- $(-a)^{IMPAR} = -a^{IMPAR}$
- $-a^{PAR} = -a^{PAR}$
- $-a^{IMPAR} = -a^{IMPAR}$

Ejemplos: Calcula

**a.** $525^0 = 1$

**b.** $10\,000^1 = 10\,000$

**c.** $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

**d.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

**e.** $(-2)^2 = +4$

**f.** $(-2)^3 = -8$

**g.** $-2^2 = -4$

**h.** $-2^3 = -8$

**i.** $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

**j.** $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

**k.** $7^{-2} \cdot 7^3 = 7^{-2+3} = 7^1$

**l.** $9^0 : 9^{-2} = 9^{0-(-2)} = 9^2 = 81$

**m.** $40^{-3} : 10^{-3} = (40 : 10)^{-3} =$
$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

**n.** $5^3 \cdot (-2)^3 = (5 \cdot (-2))^3 =$
$(-10)^3 = -1000$

**o.** $(1^{-2})^{-5} = 1^{10} = 1$

**p.** $\frac{3^5 \cdot a^2}{3^2 \cdot a^7} = \frac{3^3}{a^5}$

**q.** $(3a^3)^4 = 3^4 \cdot a^{12} = 81a^{12}$

**r.** $5^{-2} \cdot a^{-3} = \frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{a^3} = \frac{1}{5^2 a^3}$

**S1: Ejercicios: pág. 48, ej. 1 a-g; pág. 49, ej. 3, 4; pág. 56, ej. 1, 3 a, b, d, e, 4.**

## 1.2 SIMPLIFICACIÓN DE POTENCIAS

Ejemplo: Simplifica:

$$\frac{(-8)^4 \cdot (-15)^3 \cdot 18^2 \cdot 12^{-3}}{(-20)^3 \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}}$$

1º Quitamos los paréntesis y estudiamos el signo.

$$\frac{-8^4 \cdot 15^3 \cdot 18^2 \cdot 12^{-3}}{-20^3 \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}} = \frac{8^4 \cdot 15^3 \cdot 18^2 \cdot 12^{-3}}{20^3 \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}}$$

2º Factorizamos cada una de las potencias.

$$= \frac{(2^3)^4 \cdot (3 \cdot 5)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{-3}}{(2^2 \cdot 5)^3 \cdot (3^3)^2 \cdot 3^{-3}}$$

3º Aplicamos las propiedades: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}, (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^{-6} \cdot 3^{-3}}{2^6 \cdot 5^3 \cdot 3^6 \cdot 3^{-3}}$$

4º Agrupamos las potencias del numerador y las del denominador aplicando la propiedad $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$= \frac{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^3}{2^6 \cdot 5^3 \cdot 3^3}$$

5º Simplificamos el numerador y el denominador aplicando la propiedad $a^m : a^n = a^{m-n}$.

$$= 2^2 \cdot 3$$

**S2. Ejercicios: pág. 49, ej. 6; pág.57, ej. 17.**

**S3. Ejercicios: Ficha *Repaso Potencias.***

## 2. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Un número en **NOTACIÓN CIENTÍFICA** consta de:

- Un número decimal con una sola cifra en su parte entera, que no es cero.
- Una potencia de base 10.

Ejemplo1: Expresa en notación científica.

**a.** $3\underbrace{\mathbf{5\,600\,000\,000\,000}}_{\text{13 cifras}} = 3{,}56 \cdot 10^{13}$

**b.** $0,\underbrace{\mathbf{000\,000\,000\,9}}_{\text{10 cifras}}27 = 9{,}27 \cdot 10^{-10}$

Ejemplo 2: Expresa con todas sus cifras.

**a.** $5{,}13 \cdot 10^{5} = 5\mathbf{13\,000}$

**b.** $6{,}2 \cdot 10^{-4} = 0,\mathbf{0006}2$

**S4. Ejercicios: pág. 50, ej. 1, 2, 3, 4. (pág. 56, ej. 9, 10)**

## 3. RADICALES

En general, si $a = b^n$ entonces $\sqrt[n]{a} = b$. ($n$ es el índice y $a$ el radicando)

Ejemplo:

- $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
- $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$
- $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

### 3.1 EXTRACCIÓN DE RACIALES

1º Descomponemos.

2º Formamos grupos de tantos elementos como indica el índice.

3º Extraemos una por cada grupo.

Ejemplos: Extrae fuera del radial todos los factores que sea posible.

**a.** $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

**b.** $\sqrt{125} = \sqrt{5^3} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

**c.** $\sqrt[4]{\frac{625}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}} = \frac{5}{2}$

**d.** $\sqrt[3]{81a^5b^7} = \sqrt[3]{3^4 \cdot a^5 \cdot b^7} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot b^3 \cdot b} =$

$$= 3 \cdot a \cdot b \cdot b\sqrt[3]{3a^2b} = 3ab^2\sqrt[3]{3a^2b}$$

**S5. Ejercicios: pág. 53, ej. 1; pág. 54, ej.2; pág. 57, ej. 25.**

## 3.2 MULTIPLICACIÓN/DIVISIÓN DE RACIALES

Para MULTIPLICAR dos raíces es necesario que tengan el mismo índice $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

Ejemplo 1: $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$

1º Descomponemos. $= \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5}$

2º Juntamos en una única raíz y agrupamos. $= \sqrt[3]{5^3}$

3º Extraemos. . $= 5$

Ejemplo 2:

$$\sqrt{24} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2^3 \cdot 3} \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Ejemplo 3:

$$\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2^6} : \sqrt[3]{2 \cdot 3} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{2 \cdot 3}} = \sqrt[3]{\frac{2^5}{3}} = 2\sqrt[3]{\frac{2^2}{3}} = 2\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

**S6. Ejercicios: pág. 54, ej. 1 e, g, h; pág. 57, ej.24 a, b, c, d, f.**

***Divisiones:***

- **a.** $\sqrt{72} : \sqrt{2}$
- **b.** $\sqrt[3]{48} : \sqrt[3]{3}$
- **c.** $\sqrt[3]{135 \cdot x^3 \cdot y^5} : \sqrt[3]{5 \cdot x^3 \cdot y^2}$
- **d.** $\sqrt[4]{96 \cdot a^5 \cdot b^4} : \sqrt[4]{6 \cdot a^2}$

### 3.3 SUMA Y RESTA DE RACIALES

Para SUMAR y RESTAR raíces es necesario que sean idénticas (mismo índice y radicando).

$$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$

Ejemplo: Efectúa $\sqrt{32} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} =$

1º Descomponemos.

$$= \sqrt{2^5} + 2\sqrt{2 \cdot 3^2} - 3\sqrt{2 \cdot 5^2}$$

2º Extraemos fuera de la raíz.

$$= 2^2\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} - 3 \cdot 5\sqrt{2}$$

3º Multiplicamos los factores de fuera.

$$= 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2}$$

4º Sumamos/restamos los factores de fuera.

$$= -5\sqrt{2}$$

**S7. Ejercicios: pág. 54, ej. 26.**

**S8. Ejercicios: Ficha *Repaso Radicales.***

**S9. Ejercicios: Ficha *Operaciones con potencias y raíces.***

**S10. Ejercicios: Ficha *Pre-Examen 2. Potencias y raíces.***