TEMA 1. FRACCIONES Y DECIMALES

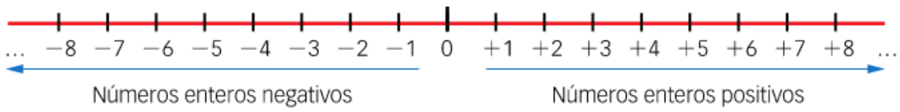
1. <u>LOS NÚMEROS ENTEROS</u>

El **CONJUNTO $\mathbb{Z}$ DE LOS NÚMEROS ENTEROS** está formado por:

$$\mathbb{Z} = \begin{cases} Enteros\ positivos: 1, 2, 3, 4, \ldots \\ El\ cero: 0 \\ Enteros\ negativos: -1, -2, -3, -4, \ldots \end{cases}$$

1.1 REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica. Los números positivos a la derecha del 0, y los números negativos a la izquierda del cero.



<u>Ejemplo:</u> Ordena de menor a mayor: -4, +5, -7, -1, 0, +2, -10, +8

$$-10 < -7 < -4 < -1 < 0 < +2 < +5 < +8$$

1.2 VALOR ABSOLUTO

El **VALOR ABSOLUTO** de un número entero es el número que resulta de eliminar el signo.

<u>Ejemplo:</u>

a) $|-7| = 7$

b) $|+4| = 4$

S0: Ejercicios: pág. 28, ej.1.

1.3 SUMA Y RESTA

Si los dos números tienen el **MISMO SIGNO →** se **SUMAN** los valores absolutos y al resultado se le pone el **MISMO SIGNO**.

Si los dos números tienen el **DIFERENTES SIGNO →** se **RESTAN** los valores absolutos y al resultado se le pone el **SIGNO DEL** número de **MAYOR** valor absoluto.

<u>Ejemplos:</u>

a) $+5 + 3 = +8$

b) $-4 - 8 = -12$

c) $-3 + 10 = +7$

d) $+5 - 8 = -3$

Ejemplo:

$$2-7+6-3=$$
$$-5+6-3=$$
$$+1-3=$$
$$-2$$

1.4 SUMAS Y RESTAS CON PARÈNTESIS

Si tenemos dos signos, dentro y fuera del paréntesis, aplicamos la regla de signos para eliminar el paréntesis y dejar un único signo:

$$\begin{cases} +(+)=+ \\ +(-)=- \\ -(+)=- \\ -(-)=+ \end{cases}$$

Ejemplos: Calcula

a) $(-8)+(+2)=-8+2=-6$

b) $3-(-5)=+3+5=+8$

1.5 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Aplicamos la regla de signos y multiplicamos/dividimos.

$(+)\cdot(+)=+$ $(+)\cdot(-)=-$ $(-)\cdot(+)=-$ $(-)\cdot(-)=+$

Ejemplos: Calcula

a) $(+3)\cdot(+7)=+21\ \rightarrow$

b) $(+4)\cdot(-5)=-20\ \rightarrow$

c) $(-12):(+6)=-2\rightarrow$

d) $(-8):(-2)=+4\ \rightarrow$

1.6 OPERACIONES COMBINADAS

1º Paréntesis.

2º Multiplicaciones y divisiones.

3º Sumas y restas.

Ejemplo : Calcula

$$|2\cdot(-9)|-[-16-5\cdot(11-17)]:(7-8)=|-18|-[-16-5\cdot(-6)]:(-1)$$
$$=18-[-16+30]:(-1)=18-[+14]:(-1)=18-(-14)$$
$$=18+14=+32$$

S2. Ejercicios: pág. 28, ej. 2, 3; pág.29, ej. 4, 5.

2. FRACCIONES

Una **FRACCIÓN** es el cociente de dos números enteros.

$$\frac{a}{b} \qquad \begin{array}{l} \textit{numerador} \\ \textit{denominador} \end{array}$$

La unión de todos los números enteros, $\mathbb{Z}$, y los números fraccionarios forman el conjunto de los **NÚMEROS RACIONALES**, $\mathbb{Q}$, que son los que se pueden poner en forma de fracción.

2.1 SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Para **SIMPLIFICAR FRACCIONES** dividimos el numerador y denominador por el mismo número.

Ejemplo: Simplifica $\frac{8}{-12}$

$$\frac{8}{-12} = \frac{8:2}{-12:2} = \frac{4:2}{-6:2} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

3

Cuando una fracción no se puede reducir más y su denominador es positivo diremos que es **IREDUCIBLE.**

Si dos fracciones son equivalentes $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ se cumple $a \cdot d = b \cdot c$.

2.2 FRACCIONES EQUIVALENTES

Dos **FRACCIONES** son **EQUIVALENTES** cuando al simplificar dan lugar a la misma fracción irreducible.

Si dos fracciones son equivalentes $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple $a \cdot d = b \cdot c$.

Ejemplo: Comprueba si son equivalentes:

- **a.** $\frac{2}{10}$ i $\frac{3}{15}$ $\rightarrow 2 \cdot 15 = 10 \cdot 3 \rightarrow 30 = 30$ →Son equivalentes
- **b.** $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{5}$ $\rightarrow 3 \cdot 5 = 4 \cdot 2 \rightarrow 15 \neq 8$ →No son equivalentes

2.3 COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Para **COMPARAR FRACCIONES**:

1º Reducimos a común denominador.

2º Comparamos los numeradores.

Ejemplo: Ordena de menor a mayor $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{2}$ i $-\frac{7}{10}$.

1º Reducimos a común denominador.

Calculamos el m.c.m de los denominadores:

$$\left.\begin{array}{r} 4 = 2^2 \\ 5 = 5 \\ 2 = 2 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array}\right\} \rightarrow mcm(4, 5, 2, 10) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$$

Transformamos las fracciones en fracciones equivalentes con denominador 20.

$$20: 4 = 5 \rightarrow 5 \cdot 3 = 15 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

$$20: 5 = 4 \rightarrow 4 \cdot 2 = 8 \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

$$20: 2 = 10 \rightarrow 10 \cdot (-1) = -10 \rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{10}{20}$$

$$20: 10 = 2 \rightarrow 2 \cdot 7 = 14 \rightarrow -\frac{7}{10} = -\frac{14}{20}$$

2º Ordenamos de menor a mayor.

$$-\frac{14}{20} < -\frac{10}{20} < \frac{8}{20} < \frac{15}{20} \rightarrow -\frac{7}{10} < -\frac{1}{2} < \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$$

S3. Ejercicios: pág. 30, ej. 3, 4; pág. 31, ej. 6, 8.

3. OPERACIONES CON FRACCIONES

3.1 SUMA Y RESTA

Para **SUMAR** y **RESTAR FRACCIONES**:

1º Reducimos a común denominador.

2º Sumamos/restamos los numeradores.

3º Simplificamos hasta obtener la fracción irreducible.

Ejemplos: Calcula

$$2 - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{14}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12 - 14 + 5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3.2 MULTIPLICACIÓN

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo: Calcula

a. $\frac{2}{7}\cdot(-3)=\frac{-6}{7}$

b. $\frac{-2}{7}\cdot\frac{-2}{3}=+\frac{4}{21}$

3.3. DIVISIÓN

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplo: Calcula

a. $\frac{2}{7}:3=\frac{2}{21}$

b. $\frac{2}{7}:\frac{-2}{3}=-\frac{6}{14}=-\frac{3}{7}$

3.4. OPERACIONES COMBINADAS

Ejemplo 1: Calcula

$$-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{3}{12}=-\frac{4}{12}+\frac{3}{12}$$
$$=-\frac{1}{12}$$

Ejemplo 2: Calcula

$$2-\frac{1}{2}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}:3\right)+\frac{1}{3}\right]-\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right]-\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{6}+\frac{2}{6}\right]-\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}-\frac{1}{2}$$
$$=2-\frac{3}{12}-\frac{1}{2}=\frac{24}{12}-\frac{3}{12}-\frac{6}{12}=\frac{21}{12}-\frac{6}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$$

S4. Ejercicios: pág. 32, ej. 1, 2; pág. 42, ej. 19.

Ejemplo 3: Calcula

$$\frac{\left(2-\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right):\frac{31}{5}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}:\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\left(\frac{30}{15}-\frac{5}{15}+\frac{6}{15}\right):\frac{31}{5}}{\frac{2}{3}+\frac{12}{18}:\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{31}{15}:\frac{31}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{24}{18}}=\frac{\frac{5}{15}}{\frac{12}{18}-\frac{24}{18}}=\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{12}{18}}=\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}}$$
$$=\frac{1}{3}:-\frac{2}{3}=-\frac{1}{2}$$

S5. Ejercicios: pág. 32, ej. 3, 4; pág.42, ej.18.

4. PROBLEMAS CON FRACCIONES

4.1FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD. Cálculo de la parte

Ejemplo: Un cartero ha de repartir los 3/28 del total de 4004 cartas. ¿Cuántas cartas le corresponden?

$$\frac{3}{28}\ de\ 4004 = (4004:28)\cdot 3 = 143\cdot 3 = 429\ cartas$$

4.2 FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD. Cálculo del total

Ejemplo: Berta es dueña de 7/20 de una empresa. Este año le han correspondido 37800 euros en el reparto de beneficios. ¿Cuánto ha sido la ganancia total de la empresa?

$$\frac{7}{20}\ del\ total = 37800 \rightarrow Total = (37800:7)\cdot 20 = 5400\cdot 20 = 108000\ euros$$

S6. Ejercicios: pág. 33, ej. 5, 6, 7; pág. 42, ej. 24, 26; pág. 43, ej. 29.

4.3 FRACCIÓN DE FRACCIÓN

Ejemplo: Ana gasta en la primera mitad del mes los 2/3 de su paga mensual. De lo que le queda, gasta los 3/5 en la segunda mitad y ahorra 10 euros. ¿Cuánto es su panga mensual?

	Gasta	Le queda
Primera mitad de mes	$\frac{2}{3}$	$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$
Segunda mitad de mes	$\frac{3}{5}\ de\ \frac{1}{3}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}$

$$\frac{2}{15}\ del\ total = 10 \rightarrow Total = (10:2)\cdot 15 = 5\cdot 15 = 74\ euros$$

S7. Ejercicios: pág. 43, ej. 30, 32, 33; pág. 45, ej. 8, 14.

5. NÚMEROS DECIMALES

5.1 TIPOS DE NÚMEROS DECIMALES

a. **DECIMAL EXACTO**. Tiene un número limitado de cifras decimales.
   Ejemplos: $5{,}4;\ 8;\ -0{,}097$

b. **DECIMAL PERIÓDICO.** Tiene infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente.
   - **Periódico puro.** Su periodo comienza inmediatamente después de la coma.
     Ejemplo: $7{,}8181818181\ldots = 7{,}\widehat{81}$
   - **Periódico mixto.** Tiene otras cifras decimales antes del periodo.
     Ejemplo: $18{,}3522222\ldots = 18{,}35\hat{2}$

c. **DECIMAL NO EXACTO NI PERIÓDICO.** Tienen infinitas cifras decimales que no se repiten.
   Ejemplos: $\sqrt{2}, \pi, \ldots$

Los números decimales exactos y periódicos pueden expresarse en forma de fracción, por tanto, forman parte del conjunto de los **NÚMEROS RACIONALES.**

Los números decimales no exactos ni periódicos no pueden expresarse en forma de fracción son **IRRACIONALES.**

5.2 PASO DE FRACCIÓN A DECIMAL

FRACCIÓN $\xrightarrow{\text{Dividimos numerador entre denominador}}$ NÚMERO DECIMAL

Ejemplo: Expresa como un número decimal y clasifica:

a. $\frac{3}{8}$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \cline{2-2} 60 & 0{,}375 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{3}{8} = 0{,}375 \rightarrow Decimal\ exacto$$

b. $\frac{11}{3}$

$$\begin{array}{l|l} 11 & \quad 3 \\ \cline{2-2} \;\;20 & 3{,}66\ldots \\ \;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;2 & \end{array}$$

$$\frac{11}{3} = 3,\hat{6} \rightarrow Decimal\ periódico\ puro$$

c. $\frac{29}{22}$

$$\begin{array}{l|l} 29 & \quad 22 \\ \cline{2-2} \;\;70 & 1{,}318 \\ \;\;\;\;40 & \\ \;\;\;\;180 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;4 & \end{array}$$

$$\frac{29}{22} = 1{,}3\widehat{18} \rightarrow Decimal\ periódico\ mixto$$

S8. Ejercicios: pág. 34, ej. 1; pág. 41, ej. 8.

5.3 PASO DE DECIMAL A FRACCIÓN

DE DECIMAL EXACTO A FRACCIÓN

$$Número\ decimal = \frac{Número\ decimal\ sin\ coma}{Potencia\ de\ 10\ con\ tantos\ ceros\ como\ cifras\ decimales}$$

Ejemplo: Expresa en forma de fracción.

a. $2{,}5 = \frac{25}{10}$

b. $0{,}004 = \frac{4}{1000}$

DE DECIMAL PERIÓDICO PURO A FRACCIÓN

$$Número\ decimal = \frac{Número\ decimal\ sin\ coma - Parte\ entera}{Tantos\ 9\ como\ cifras\ periódicas}$$

Ejemplo: Expresa en forma de fracción.

$$6,\widehat{207} = \frac{6207 - 6}{999} = \frac{6201}{999}$$

DE DECIMAL PERIÓDICO MIXTO A FRACCIÓN

$$Número\ decimal = \frac{Número\ decimal\ sin\ coma - Parte\ entera\ y\ anteperiodo}{Tantos\ 9\ como\ cifras\ periódicas\ seguidas\ de\ tantos\ 0\ como\ cifras\ tiene\ el\ anteperiodo}$$

<u>Ejemplo:</u> Expresa en forma de fracción.

$$2{,}5\widehat{63} = \frac{2563 - 24}{990} = \frac{2538}{990}$$

S9. Ejercicios: pág. 36, ej. 7; pág. 41, ej. 10.

S10. Ejercicios: Ficha *Problemas de fracciones*

S11. Ejercicios: Ficha *Operaciones con fracciones*

S12. Ejercicios: Ficha *Pre-Examen 2. Fracciones*