

Pre-Examen 7. Límites y continuidad

1. Calcula el valor de los siguientes límites en el infinito. **(1 punto)**

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 12x - 9}{\sqrt[3]{x^5 - 5x - 2}}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 5}{5x^2 - 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 2}$

Sol. a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{3}{5}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

2. Calcula el valor de los siguientes límites en el infinito. **(2.25 puntos)**

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x + 5} - \sqrt{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 5x}{x + 1} - \frac{3x}{2} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 3x}{7 - 3x^2} \right)^{\frac{x^2 + x}{x^3 - 1}}$

Sol. a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) e

3. Calcula el valor de los siguientes límites en un punto **(1.5 puntos)**:

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - x - 2}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

Sol. a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{3}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

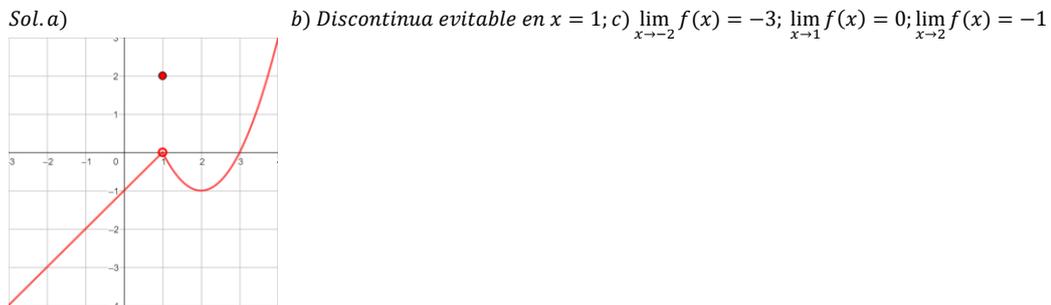
4. Halla el valor de m para que la siguiente función sea continua (1 punto)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - m & x < 2 \\ mx^2 + 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

5. Dada la siguiente función: (2.5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 - 4x + 3 & x > 1 \end{cases}$$

- a. Representa gráficamente. (0.75 puntos)
 b. Estudia su continuidad de manera analítica. (1 punto)
 c. Calcula los siguientes límites: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (0.75 puntos)



6. Dada la siguiente función (1.75 puntos):

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x^2 + 2x}$$

- a. Calcula el dominio de la función. (0.25 puntos)
 b. Estudia la continuidad de la función e indica el tipo de discontinuidad que presenta en los puntos en los que no sea continua. (0.75 puntos)
 c. Halla las asíntotas de la función y estudia la posición de la función respecto a ellas. (0.75 puntos)

Sol. a) $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$
 b) Discontinua evitable en $x = 0$, Discontinua de salto infinito en $x = -1$;
 c) Asíntota vertical $x = -1$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$;
 Asíntota horizontal $y = \frac{1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0,5^+$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0,5^-$

