

Repaso. Vectores y geometría analítica

PUNTOS Y VECTORES

1. Obtén un vector $\vec{u}(x, y)$ que forma un ángulo de 45° con $\vec{v} = (0, 4)$ y cuyo módulo sea igual al de \vec{v} .

$$\text{Sol. } \vec{u}(2\sqrt{3}, -2), \quad \vec{u}(-2\sqrt{3}, -2)$$

2. Obtén un vector $\vec{u}(x, y)$ perpendicular al vector $\vec{v} = (8, 6)$ y cuyo módulo es $|\vec{u}| = 5$.

$$\text{Sol. } \vec{u}(-3, 4), \quad \vec{u}(3, -4)$$

3. Halla las coordenadas del punto medio.

a. $A(-2, 5), B(4, 1)$

Sol. a) $M(1, 3); b) M(1, -1)$

b. $A(7, -3), B(-5, 1)$

4. Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P.

a. $A(4, -1), B(-7, 2)$

Sol. a) $A'(-18, 5); b) A'(8, -6)$

b. $A(2, 4), B(5, -1)$

5. Demuestra que el triángulo de vértices $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(7, 4)$ es isósceles.

Sol. El triángulo es isósceles ya que tiene dos lados iguales y uno desigual:

$$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = \sqrt{20}; \quad |\overline{AC}| = \sqrt{80}$$

6. Demuestra que el triángulo de vértices $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 6)$ es rectángulo.

Sol. El triángulo es rectángulo ya que cumple el teorema de Pitágoras

$$|\overline{AB}|^2 + |\overline{BC}|^2 = |\overline{AC}|^2, 29 + 29 = 58$$

ECUACIONES DE LA RECTA

7. Halla las ecuaciones que se indican en cada caso:

a. Ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos: $M(-2, 1), N(4, 5)$.

b. Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $P(7, -5)$ y tiene por vector directo $\vec{v}(7, -4)$.

c. Ecuación continua de la recta $y = -3x + 7$.

d. Ecuación implícita de la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$ que pasa por el punto $(0, -3)$.

e. Ecuación general de la recta que pasa por $P(-5, 3)$ y es perpendicular a la recta $4x + 2y - 7 = 0$.

$$\text{Sol. a) } (x, y) = (-2, 1) + \lambda(3, 2); b) \begin{cases} x = 2 + 7\lambda \\ y = -5 - 4\lambda \end{cases}; c) \frac{x-0}{1} = \frac{y-7}{-3}; d) y = \frac{5}{6}x - 3; e) x - 2y + 11 = 0$$

POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

8. Posición relativa de dos rectas (si se cortan, di cuál es el punto de corte). (

a. $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -2 - 2\lambda \end{cases}$ $s: x - 1 = \frac{y}{2}$

b. $r: y = 2x - 3$ $s: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$

c. $r: y = \frac{5}{4}x + 2$ $s: 5x - 4y + 8 = 0$

Sol. a) Secantes, se cortan en el punto $(\frac{3}{2}, 1)$; b) Paralelas; c) Coincidentes.

ÁNGULOS

9. Halla el ángulo que forman las rectas:

a. $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{2}$; $s: \begin{cases} x = -1 - 3\lambda \\ y = 4 + \lambda \end{cases}$

b. $r: 3x - 5y + 7 = 0$; $s: 10x + 6y - 3 = 0$

Sol. a) $\alpha = 45^\circ$; b) $\alpha = 90^\circ$

DISTANCIAS

10. Halla la distancia entre las siguientes rectas:

a. $r: 3x + 5 = 0$ $s: \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = 3 - 4\lambda \end{cases}$

b. $r: y = -\frac{2}{3}x + 1$ $s: \frac{1-x}{3} = \frac{y+1}{2}$

Sol. a) $\text{dist}(r, s) = \frac{31}{15}$; b) $\text{dist}(r, s) = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

PROBLEMAS

11. Calcula las ecuaciones de las mediatrices del triángulo de vértices $A(-4, -2)$, $B(4, -2)$, $C(2, 4)$ y halla el circuncentro.

Sol: $x - 3y = 0$; $x + y = 0$; $x = 0$; *Circuncentro:* $(0, 0)$

12. Calcula las ecuaciones de las medianas del triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(9, 2)$, $C(3, 7)$ y halla el baricentro.

Sol: $3x - 4y = 0$; $x + 5y - 19 = 0$; $-4x - y + 19 = 0$; *Baricentro:* $(4, 3)$

13. Calcula las ecuaciones de las alturas del triángulo de vértices $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, -3)$ y halla el ortocentro.

Sol: $x - 5y + 7 = 0$; $2x - y - 1 = 0$; $x + y - 3 = 0$; *Ortocentro:* $\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$