



PROBLEMA DE POTÈNCIES I ARRELS

LA BÈSTIA PARDA

Tenim un nombre monstruós que no cap en cap calculadora i que sabem que es pot construir com segueix:

$$3437^{1458} \cdot 2543^{235} \cdot 666^{666} + 239^{81}$$

En quin dígit acabarà?





PROBLEMA DE POTÈNCIES I ARRELS

SOLUCIÓ:

Acaba en 7.

Es pot veure fàcilment que:

2^n acaba en 2, 4, 8, 6 i després es repeteix.

3^n acaba en 3, 9, 7, 1 i després es repeteix.

4^n acaba en 4, 6 i després es repeteix.

5^n acaba sempre en 5.

6^n acaba sempre en 6.

7^n acaba en 7, 9, 3, 1 i després es repeteix.

8^n acaba en 8, 4, 2, 6 i després es repeteix.

9^n acaba en 9, 1 i després es repeteix.

Això mateix passa amb els nombres que acaben en cadascuna d'aquestes xifres.

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi". Problemes Olímpics.

Número 83. Febrer 2016





PROBLEMA DE POTÈNCIES I ARRELS

Per tant:

3437^{1458} dividim 1458 entre 4 i residu és 2; per tant, aquest nombre acabarà en 9.

2543^{235} dividim 235 entre 4 i residu és 3; per tant, aquest nombre acabarà en 7.

666^{666} aquest nombre acabarà sempre en 6.

239^{81} dividim 81 entre 2 i residu és 1; per tant, aquest nombre acabarà en 9.

El nombre buscat serà $9 \cdot 7 \cdot 6 + 9 = 378 + 9 = 387$

Per tant el nostre "monstre" acabarà amb la xifra 7.

Dificultat: 10

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi". Problemes Olímpics.

Número 83. Febrer 2016

